UNIVERSITE LIBANAISE
FACULTE DE GENIE

الجامعة اللبنانية
كلية الهندسة

Examen d'entrée 2004-2005 **Durée: 2 heures**

Physique

I- [6 pts] Charge et décharge d'un conducteur

Dans le but d'étudier la charge et la décharge d'un condensateur, on considère le circuit de la figure ci-contre où $u_{PN} = E$ = constante et $r = 1\ k\Omega$.

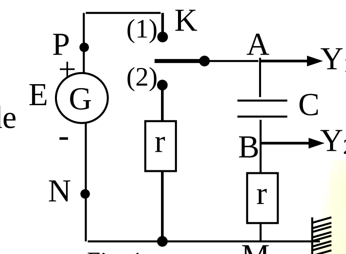


Fig. 1

A. Charge d'un condensateur

À la date $t_0 = 0$, on bascule l'interrupteur K dans la position (1).

1. Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_C = u_{AB}$.

2. La solution de cette équation est de la forme: $u_C = D\,(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$. Déduire les expressions de D et τ en fonction de r, C et E .

3. a) L'oscillogramme de la figure 2, donnant les variations de u_C en fonction du temps, est obtenu en poussant le bouton « INV » de la voie Y_2 et le bouton « ADD » . Justifier.

b) En utilisant cet oscillogramme, déterminer E et C.

4. Déterminer l'expression instantanée de l'intensité i du courant. Tracer alors l'allure de la tension u_{BM}.

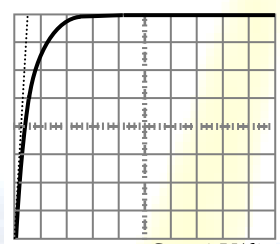


Fig. 2 $S_V = 1$ V/div $S_h = 2$ ms/div

B. Décharge d'un condensateur

Le condensateur est complètement chargé et les boutons « INV » de la voie Y_2 et «ADD » sont toujours poussés. On bascule l'interrupteur dans la position (2) à la date $t_0 = 0$. On obtient l'oscillogramme de la figure 3 qui représente les variations de $u_C = u_{AB}$ en fonction du temps.

1. L'évolution de u_C est donnée L par : $u_C = E\,e^{-\frac{t}{\tau'}}$. Déterminer l'expression de τ'. Vérifier la réponse à partir de l'oscillogramme de la figure (3).

2. Tracer l'allure de la tension u_{BM} en précisant l'échelle utilisée.

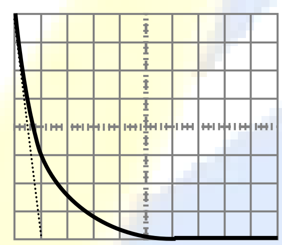


Fig. 3 $S_V = 1$ V/div $S_h = 2$ ms/div

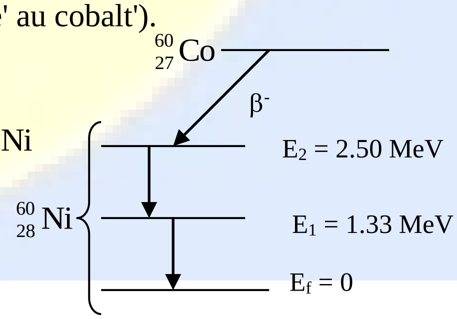
II- [6 pts] Le cobalt 60

Le bombardement neutronique du cobalt naturel ${}^{59}_{27}Co$ (isotope stable), du nickel ${}^{60}_{28}Ni$ ou de cuivre ${}^{63}_{29}Cu$ produit le cobalt 60, « ${}^{60}_{27}Co$ », radioélément utilisé dans plusieurs applications ('bombe' au cobalt').

A- Production et désintégration du cobalt 60

1. Écrire les trois équations des réactions de production du cobalt 60

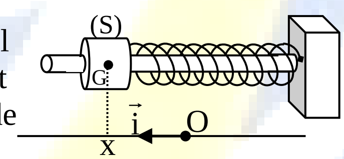
2. Le noyau du cobalt 60 se transforme, par émission β^-, en un noyau fils ${}^{60}_{28}Ni$ dans un état excité d'énergie $E_2 = 2{,}50$ MeV. Le retour de ${}^{60}_{28}Ni$ à l'état fondamental d'énergie $E_f = 0$, s'effectue en 2 étapes, ce qui correspond à l'émission de 2 photons (voir figure).



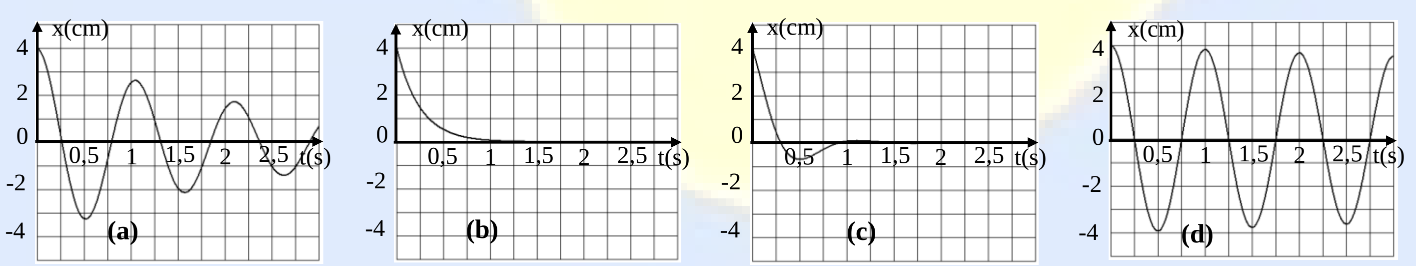
a) Calculer l'énergie libérée par cette désintégration.
b) L'énergie cinétique E_C de la particule β^- n'est pas quantifiée. Pourquoi?
c) Calculer les longueurs d'onde des radiations associées aux deux photons.

B. Décroissance radioactive du cobalt 60.
On étudie un échantillon contenant seulement, à la date $t_0 = 0$, du cobalt 60 de masse mo = 1mg. Chaque année, on mesure l'activité A de cet échantillon. On remarque que le quotient $\frac{A(t)}{A(t+1)}$ a une valeur moyenne de 1,14 où A(t) et A(t + 1) sont respectivement l'activité de l'échantillon à une date t donné et à date (t + 1), soit une année plus tard, t étant exprimée en années. Soit A_0 l'activité de l'échantillon à la date $t_0 = 0$.
1. Donner la définition de l'activité et écrire l'expression de l'activité A(t).
2. Déterminer la constante radioactive λ.
3. Calculer la durée au bout de laquelle l'activité devient $\frac{A_0}{2}$. Que représente alors cette durée?
4. Calculer la masse du ${}^{60}_{27}Co$ qui s'est désintégrée au bout d'un an.
Données :
$h = 6,63\times10^{-34}$ J.s ; $c = 3\times10^{8}$ m/s ; 1 eV = $1,6\times10^{-19}$ J; m(${}^{60}_{27}Co$) = 59,9190 u ; m(${}^{60}_{28}Ni$) = 59,9154 u;
m(${}^{0}_{-1}e$) = $5,5\times10^{-4}$ u; 1 u = $1,66\times10^{-27}$ kg = 931,5 MeV/c^2.h=6,63xlO-34J.s ; c=3x108rn1s , 1eV=1,6x10^{-19}J

III- [8 pts] Oscillateur mécanique.
Le but de cet exercice est d'étudier le comportement d'un oscillateur mécanique horizontal vis-à-vis de l'intensité F de la force de frottement. Un oscillateur mécanique horizontal est constitué d'un solide (S), de masse m = 0,635 kg, fixé à l'extrémité libre d'un ressort (R) de masse négligeable et de raideur k = 25,0 N/m .



On repère, à la date t, l'abscisse x du centre d'inertie G de (S) par rapport à un axe horizontal (O, $\vec{i}$), où O est l'abscisse de G à l'équilibre et $\dot{x}$ = V , la valeur algébrique de la vitesse de (S). Le plan horizontal contenant G est pris comme niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur.
A. Etude expérimentale.
On écarte (S), à partir de sa position d'équilibre de 4,00 cm vers la gauche et on l'abandonne sans vitesse initiale à la date $t_0 = 0$. Un dispositif approprié permet de visualiser le mouvement de (S) pour différentes valeurs de F de la force de frottement qui s'exerce sur (S). (Voir les figures (a), (b), (c) et (d)).



1) Considérons le cas du schéma de la figure (a). Calculer la perte d'énergie subie par le système [(S), ressort] au bout de la première oscillation. En déduire la valeur moyenne de la force de frottement supposée constante au cours de cette première oscillation.
2. a) Ordonner, en le justifiant, les schémas par ordre croissant de la valeur de F .
b) Qu'obtient-on si on élimine la force de frottement?
c) Quel genre de mouvement effectue (S) quand il n'oscille pas?
3. Comment évolue la durée d'une oscillation lorsque F augmente? Comment appelle-t-on la durée d'une telle oscillation?
4) Dans quel cas peut-on considérer que la durée d'une oscillation est presque égale à la période propre T_0 de l'oscillateur? Pourquoi?

B- Etude théorique

(S), écarte à partir de sa position d'équilibre de 4,00 cm vers la droite, est lancé à la date $t_0 = 0$, avec une vitesse initiale $\vec{V}_0 = V_0 \vec{i}$ où $V_0 = 0{,}281$ m/s. (S) se met alors à osciller sans frottement autour de sa position d'équilibre.
1. En appliquant la loi de conservation de l'énergie mécanique du système [(S), ressort] :
a) Trouver la valeur x_m de l'amplitude des oscillations de (S) .
b) Déterminer l'équation différentielle du second ordre qui régit le mouvement de (S) et calculer T_0. La valeur obtenue est en accord avec l'expérience. Justifier.
2. La solution de cette équation est de la forme: $x = x_m \cos(\frac{2\pi}{T_0} t + \phi)$. Montrer que ϕ peut prendre la valeur -2,30 rd .
3. Calculer le temps t_1 au bout duquel (S) passe par O pour la première fois. Tracer l'allure de x en fonction de t.

UNIVERSITE LIBANAISE
FACULTE DE GENIE

الجامعة اللبنانية
كلية الهندسة

Examen d'entrée 2004-2005 **Durée: 2 heures**

Solution de Physique

Réponses attendues	Barème	Commentaires

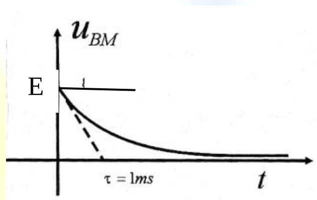
Premier Exercice - Charge et décharge [6 pts]

A- 1- On a $i = \frac{dq}{dt}$ et $q = C.u_C$; alors $E = u_C + ri$ par substitution
On obtient $E = u_C + rC\frac{du_C}{dt} \Leftrightarrow \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{rC}u_C = \frac{E}{rC}$ équation différentielle du deuxième ordre sans deuxième membre.

2- la solution de l'équation différentielle précédente est
$u_C = D(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$. En dérivant cette équation par rapport au temps, on obtient:
$\frac{du_C}{dt} = \frac{D}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$; par substitution dans l'équation différentielle on obtient
$\frac{D}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{D}{rC} - \frac{D}{rC}e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{rC}$ on peut montrer que $\tau = r\,C$ et $E = D$

3- a- $u_{AM} = u_{AB} + u_{BM} \Leftrightarrow u_{AB} = u_{AM} - u_{BM}$
(INV pour u_{BM} et on obtient u_{AB})
E
b- Pour $t \to \infty$; $u_C = E = (1\text{ V/div} \times 8\text{ div}) = 8\text{ V}$
et $\tau = rC = (½\text{ div} \times 2\text{ms/div}) = 1\text{ ms} \Leftrightarrow C = 10^{-6}\text{ F}$

4- $i = C\frac{du_C}{dt} = C\frac{D}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} = C\frac{E}{rC}e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{r}e^{-\frac{t}{\tau}}$.
Alors $u_{BM} = ri = E\,e^{-\frac{t}{\tau}} = 8\times e^{-1000t}$



B- **Décharge du condensateur**

1- $u_C = E\ e^{-\frac{t}{\tau'}}$; $u_{AM} = ri = u_C + (-ri) \Rightarrow$

$-2ri + u_C = 0$; et $i = -\frac{dq}{dt}$ (décharge) $= -C\frac{du_C}{dt}$

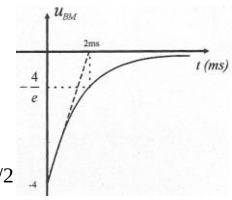
$\Rightarrow 2r\,C\frac{du_C}{dt} + u_C = 0 \Rightarrow \tau'\frac{du_C}{dt} + u_C = 0 \Rightarrow \tau' = 2rC$.

De la figure 3. La tangente à la courbe à l'origine coupe l'axe des temps à t = 1div $\Rightarrow \tau' = 1\text{div} \times 2\text{ms/div} = 2\text{ ms} = 2\,\tau$.

2- u_{BM} = - ri et i = $-C\,\frac{du_C}{dt}$

= -C $\left(-\frac{E}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = +\frac{C}{\tau}u_C$; $\Rightarrow$

$u_{BM} = -\frac{rC}{\tau}u_C = -\frac{\tau}{\tau}u_C = \frac{1}{2}u_C$



E/2

Réponses attendues	barème	Commentaires

Deuxième exercice: Le cobalt 60 [6 pts]

A-1-

La production du cobalt 60 est obtenue:

a- $^{1}_{0}n + ^{59}_{27}Co \rightarrow ^{60}_{27}Co + \gamma$; b- $^{1}_{0}n + ^{60}_{28}Ni \rightarrow ^{60}_{27}Co + ^{1}_{1}H$

c- $^{1}_{0}n + ^{63}_{29}Cu \rightarrow ^{60}_{27}Co + ^{4}_{2}He$

2- $^{60}_{28}Co \rightarrow ^{60}_{28}Ni + ^{0}_{-1}e(\beta^-) + ^{0}_{0}\nu$.

a- Le défaut de masse: $\Delta m = [m(Co) - m(Ni) - m(\beta^-) = 0.00305$ u.
L'énergie libérée par cette réaction est donnée par : $E = \Delta m\, c^2$
$= 0.00305 \times 931.5 = 2.84$ MeV

b- La désintégration β^- est accompagnée avec l'émission d'un antineutrino qui peut prendre n'importe quelle valeur d'énergie. Ainsi l'énergie cinétique de la particule β^- n'est pas quantifiée. La somme des énergies est constante.

c- Les deux photons émis ont respectivement pour énergie:
1er photon est $E_1 = 1{,}33$ MeV; mais $E_1 = h\nu_1 = \frac{hc}{\lambda_1} \Rightarrow \lambda_1 = \frac{hc}{E_1}$
$= 9.35\times10^{-13}$ m.

la seconde Photon $E' = E_2 - E_1 = 2{,}50 - 1{,}33 = 1{,}17$MeV $\Rightarrow$
$E' = h\nu_2 = \frac{hc}{\lambda_2} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{hc}{E'} = 1{,}06\times10^{-12}$m.

B-1- L'activité est le nombre de désintégrations par unité de temps
$A(t) = A_0e^{-\lambda t}$.

2- $A(t) = A_0e^{-\lambda t}$ et $A(t+1) = A_0\, e^{-\lambda(t+1)} \Rightarrow \frac{A(t+1)}{A(t)} = \frac{1}{e^{-\lambda}} = e^{\lambda} = 1.14$
$\Rightarrow \lambda = Ln(1.14) = 0.131$ an^{-1}.

3- $A(t_1) = \frac{A_0}{2} = A_0\, e^{-\lambda t} \Rightarrow e^{-\lambda t} = 2 \Rightarrow t_1 = \frac{Ln2}{\lambda} \Rightarrow t_1 = 5{,}2$ ans. t_1 représente la période radioactive ou demi-vie.

4- la masse désintégrée en un an: $m_d = m_0 - m(1\ an) = m_0\,(1- e^{-\lambda\, 1})$
$= 1(1 - 0.877) = 0{,}123$ mg

Réponses attendues	barème	Commentaires

Troisième exercice: Oscillateur mécanique [8 pts]

A- Étude expérimentale

1- À l'instant $t_0 = 0$: l'amplitude $X_0 = 4$ cm;
l'énergie mécanique = l'énergie potentielle = $\frac{1}{2}$ K X_1^2.
L'énergie perdue = $\frac{1}{2}k\,X_1^2 - \frac{1}{2}\,k\,X_0^2 = \frac{1}{2}[25(7.0225 - 16) = -1.12\times10^{-2}$ J
< 0 énergie perdue.
La variation de l'énergie mécanique: $\Delta ME = W(\vec{F}) = -F_{ave}\,.\,\ell$
$= -1{,}12\times10^{-2}$. Avec $\ell = 4 + 3{,}2\times2 + 2{,}65 = 13{,}05 = 0{,}1305$ m
$\Rightarrow F_{av} = 8{,}58 \times 10^{-2}$N.

2- a- d; a; c: b. + justification
b- Oscillations non amorties.
c- Mouvement non périodique.

3- Lorsque F augmente, la période d'une oscillation augmente. ($T_a > T_d$).
Dans ce cas, la période s'appelle pseudo-période.

4- Dans le cas (d) où l'amortissement est faible, on peut considérer que la période est approximativement égale à la période propre.

B- Étude théorique

1-a- $E_m = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}kx_0^2 + \frac{1}{2}mV_0^2 = \frac{1}{2}\,k\,x_m^2 \Rightarrow$
$x_m^2 = x_0^2 + \frac{m}{k}V_0^2 \Rightarrow x_m = 6$ cm

b- $\frac{dEm}{dt} = 0 \Rightarrow m\dot{x}\ddot{x} + kx\dot{x} = 0.$ devisé par $\dot{x} \Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$
$\Rightarrow \ddot{x} + \omega_0^2\,x = 0$; équation différentielle $\Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{2\pi}{T_0}$
$\Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 1$ s. Cette valeur est vérifiée par la figure (d) où T = 1s

3- $x = x_m \cos(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi)$; $V = \dot{x} = -x_m \frac{2\pi}{T_0}\sin(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi)$. À t =0 $x_0 = x_m \cos\varphi$ et $V_0 = \dot{x} = -x_m \frac{2\pi}{T_0}\sin\varphi$ En divisant les deux expressions, on obtient $\tan\varphi = 1.12 \Rightarrow \varphi = -2{,}3$ rd . 4- À l'instant t_1; $x_1 = 0 \Rightarrow \cos(2\pi t_1 + \varphi) = 0$ et $\dot{x}(t_1) = -2\pi x_m \sin(2\pi t_1 + \varphi) > 0$ $\Rightarrow 2\pi t_1 + \varphi = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow t_1 = 0.116$ s.