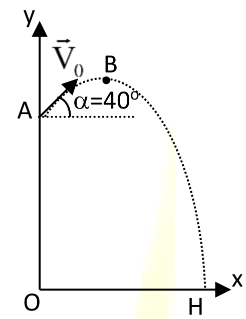
UNIVERSITE LIBANAISE
FACULTE DE GENIE

الجامعة اللبنانية
كلية الهندسة

Concours d'entrée 2003-2004 **Physique** **Durée : 2 heures**



Premier exercice: Durée de chute d'un plongeur [6 points]

Un plongeur, considéré comme un point matériel de masse m = 80,0 kg, saute dans l'eau d'une piscine a partir d'un tremplin situé en A à 6,00 m de la surface de l'eau. Il quitte le tremplin avec une vitesse $\vec{V}_0$ inclinée de $\alpha = 40{,}0^\circ$ par rapport à l'horizontale et de valeur $V_0 = 5{,}00\,\mathrm{m/s}$. On néglige la résistance de l'air. Prendre g = 9,80 m/s^2.

1. Trouver les composantes horizontale P_{0x} et verticale P_{0y} de la quantité de mouvement initiale $\vec{P}_0$ du plongeur.

2. En appliquant la deuxième loi de Newton, démontrer, qu'à la date t :

a. la composante horizontale P_x de la quantité de mouvement $\vec{P}$ reste constante et égale à P_{0x}

b. la composante verticale P_y de $\vec{P}$ est de la forme $P_y = at + b$. Déterminer a et b.

3. Déterminer en B, sommet de la trajectoire, les composantes de $\vec{P}$. En déduire la durée écoulée pour atteindre B.

4. Le plongeur atteint le point H de la surface de l'eau considérée comme niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur. Déterminer le module V_H de la vitesse $\vec{V}_H$ au point H, la valeur V_{Hy} de la composante verticale de $\vec{V}_H$ et la durée du mouvement écoulée pour que le plongeur passe de A à H.

Deuxième exercice : Vitesse d'une particule β^- [5 points]

L'isotope ${}^{99}_{43}\mathrm{Tc}$, qui fait l'objet de cet exercice, est actuellement très utilisé en imagerie médicale. Il est obtenu, dans des générateurs molybdène/technétium, à partir de l'isotope ${}^{99}_{42}\mathrm{Mo}$ du molybdène. Cet isotope est radioactif β^- de période radioactive 2,8 jours.

1. Ecrire l'équation-bilan de la formation du ${}^{99}_{42}\mathrm{Mo}$.

2. Le noyau de molybdène étant initialement au repos, calculer, en joule, l'énergie libérée par cette désintégration.

3. Lors de la désintégration des noyaux de molybdène, on trouve que l'énergie cinétique des particules β^- n'est pas quantifiée.

a. Rappeler la définition de « l'énergie quantifiée ».

b. Pourquoi l'énergie cinétique des particules β^- n'est-elle pas quantifiée ?

c. Déterminer, en joule, l'énergie cinétique maximale d'une particule β^- émise. En utilisant la formule convenable de la mécanique classique, trouver la valeur V de la vitesse de la particule β^-. Que peut-on conclure ? Donner l'énoncé du postulat d'Einstein correspondant.

d) Sachant que l'énergie cinétique d'une particule relativiste est donnée par :

$$E_C \text{ (relativiste)} = m \cdot c^2(\gamma - 1) \text{ avec } \frac{1}{\gamma} = \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

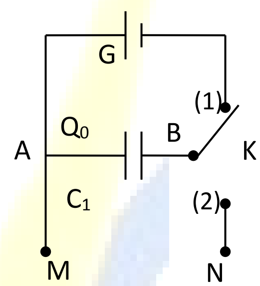
Où V est la vitesse de la particule β^-, m sa masse et c la célérité de la lumière dans le vide. Calculer V dans un repère lié au laboratoire.

Données **:** masse du noyau $({}^{99}_{42}Mo)$ =98,88437 u ; masse du noyau $({}^{99}_{43}Tc)$ =98,88235 u

Masse de la particule (β^-) =$5,5\times10^{-4}$ u = $9,11\times10^{-31}$ kg ; 1 u = 931,5 MeV/c^2 = $1,66\times10^{-27}$ kg ;
Célérité de la lumière dans le vide c = 3×10^{8} m/s ; 1 MeV = $1,60\times10^{-13}$ J.

Troisième exercice Etude de quelques modes de décharge d'un condenseur [9 points]

Dans le but d'étudier différents modes de décharge d'un condensateur, on dispose d'un générateur (G) présentant entre ses bornes une tension constante U = 4,6 V, d'un conducteur ohmique (R) de résistance R = 1 k Ω, de deux condensateurs (C_1) et (C_2) de capacités respectives C_1=2,2 μF et C_2 = 4,7 μF, d'une bobine (B) d'inductance L = 75,4 mH et de résistance interne négligeable, d'un interrupteur (K) et de fils de connexion.

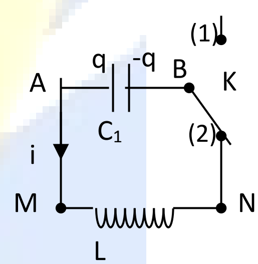


A. Charge du condensateur

On réalise le circuit ci-contre ou (K) est dans la position (1). Calculer la charge Q_0 ainsi que l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur (C_1).

B. Trois modes de décharge

I- Décharge à travers la bobine



On branche la bobine entre les points M et N du circuit précédent. Puis on place, à la date t = 0, l'interrupteur dans la position (2).

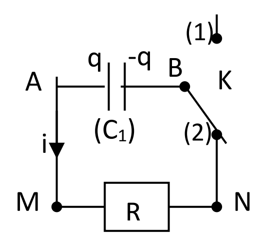
1. Que vaut, à la date t = 0, l'énergie magnétique emmagasinée dans la bobine. En déduire la valeur de i à t = 0.

2. Donner, à la date t, l'expression reliant l'intensité i du courant et la charge q du condensateur. Justifier la réponse.

3. Donner, en fonction de L et q, la tension $u_{MN} = V_M - V_N$ et établir l'équation différentielle régissant les variations de la charge q de (C_1) en fonction du temps.

4. La solution de cette équation différentielle est de la forme $q = a_1\cos\omega_0 t + b_1\sin\omega_0 t$. Déterminer ω_0, a_1 et b_1 en respectant les conditions initiales mentionnées.

5. Donner l'allure de la courbe représentant les variations de q en fonction du temps en précisant deux points caractéristiques de ce graphique.



II. Décharge à travers le conducteur ohmique

On remplace la bobine par le conducteur ohmique (R). On remet l'interrupteur (K) dans la position (1) pour charger de nouveau (C_1), puis on place (K) dans la position (2) à t = 0.

1. Donner, a la date t, l'expression de la tension u_{MN} en fonction de q et R.

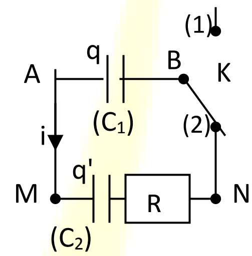
2. En déduire l'équation différentielle régissant les variations de la charge q de (C_1) en fonction du temps t.

3. La solution de cette équation différentielle est de la forme $q = a_2 + b_2 e^{\alpha t}$. Déterminer a_2, b_2 et α.

4. Que représente $(-1/\alpha)$ pour le circuit ?

5. Donner l'allure de la courbe représentant les variations de q en fonction du temps en précisant deux points caractéristiques.

III- Décharge à travers un condensateur en série avec un conducteur ohmique



On place le deuxième condensateur (C_2) en série avec (R) entre M et N. (C_1) étant initialement chargé de Q_0, (K) est placé à t = 0 dans la position (2).

À la date t, le circuit est parcouru par un courant d'intensité i et (C_1) et (C_2) portent respectivement les charges q et q′.

1. Exprimer l'intensité i du courant en fonction de q′. En déduire que la q′ est liée a la charge q par : $q' = Q_0 - q$
2. Exprimer la tension u_{MN} en fonction de Q_0, C_1, C_2, q et R.
3. Démontrer que l'équation différentielle régissant les variations de la charge q du condensateur en fonction du temps est donnée par : $R\frac{dq}{dt} + q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) = \frac{Q_0}{C_2}$
4. La solution de cette équation différentielle est de la forme $q = a_3 + b_3 e^{\beta t}$. Déterminer a_3, b_3 et β.
5. Donner, en le justifiant, l'allure de la courbe représentant les variations de q en fonction du temps en précisant deux points caractéristiques.

Examen d'entrée 2003-2004 **Solution de physique** **Durée: 2 heures**
12 juillet 2003

I-

1. Le vecteur quantité de mouvement initial $\overline{P}_0 = m\vec{V}_0$:

$P_{0x} = mV_{0x} = mV_0\cos40^o = 80\times5\times\cos40^o = 306{,}42$ kg·m/s $\approx 3{,}06\times10^2$ kg·m/s

$P_{0y} = mV_{0y} = mV_0\sin40^o = 80\times5\times\sin40^o = 257{,}12$ kg·m/s $\approx 2{,}57\times10^2$ kg·m/s

2. La 2ème loi de Newton: $\sum\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = m\vec{g}$ = constante $\Rightarrow$ $\vec{P} = m\vec{g}\cdot t + \vec{P}_0$ $\Rightarrow P_x = P_{0x}$ et $P_y = -\,mgt + P_{0y}$.

$\Rightarrow$ $P_x = 306$ kg·m/s et $P_y = -784\,t + 257$ kg·m/s. $\Rightarrow$ a= -784 kg·m/s^2 et b = 257 kg·m/s.

3. a. Au point F, la valeur de P_x reste la même, mais P_y devient nulle car le plongeur ne monte plus.

b. Au point F, $P_y = 0 \Rightarrow 0 = -784\,t + 257 = 0 \Rightarrow t = 0{,}328$ s.

4. a. D'après la conservation de l'énergie mécanique : $E_m(A) = E_m(H) \Rightarrow \underline{E_C(A) + mgh_A = E_C(H) + mgh_H} \Rightarrow \underline{\tfrac{1}{2}\,m\,V_H^2 = \tfrac{1}{2}\,m\,V_A^2 + mgh_A} = 1000 + 4704 = 5704 \Rightarrow V_H = 11{,}9$ m/s

b. $|V_{Hy}| = \sqrt{V_H^2 - V_{Hx}^2} = \sqrt{11{,}94^2 - 3{,}83^2} = 11{,}31$ m/s, où $V_{Hx} = V_{0x}$.

c. On a $P_{Hy} = mV_{Hy} = -784\,t + 257 = -\,80\times11{,}3 = -\,904 \Rightarrow t = 1{,}48$ s.

II-

1. ${}^{99}_{42}\mathrm{Mo} \longrightarrow {}^{99}_{43}\mathrm{Tc} + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\bar{\nu}$; $\Delta m = 98{,}88437-[98{,}88235+5{,}5\times10^{-4}] = 0{,}00147$ u= $2{,}4402\times10^{-30}$ kg.

L'énergie libérée : $E = \Delta m\, c^2 = 2{,}4402\times10^{-30}\times9\times10^{16} = 2{,}19618\times10^{-13}$ J

2. a. Une énergie est dite quantifiée lorsque ses valeurs sont discontinues (discrètes).

b. À cause de la présence de l'antineutrino qui peut prendre n'importe quelle valeur d'énergie.

c. L'énergie cinétique maximale des électrons émis = $E_{libérée} = 2{,}19618\times10^{-13}$ J. D'après la mécanique classique : $E_C = \tfrac{1}{2}\,mV^2 \Rightarrow V^2 = 2E_C/m = 2\times2{,}19618\times10^{-13}/9{,}1\times10^{-31} = 4{,}8109\times10^{17}$
$V = 6{,}936\times10^8$ m/s.

On trouve V>c, ce qui contredit le 2ème postulat d'Einstein : Dans un repère galiléen, la vitesse de la lumière dans le vide est la plus grande vitesse qu'un objet peut atteindre.

d. De la relation de l'énergie cinétique on déduit que :

$$\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}} = \frac{1}{\frac{E_C}{mc^2}+1} = \frac{1}{\frac{2{,}19618\cdot 10^{-13}}{9{,}1\cdot 10^{-31}(3\cdot 10^8)^2}+1} \quad \sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}} = \frac{1}{3{,}68154} = 0{,}27165 \Rightarrow 1-\frac{V^2}{c^2} = 0{,}07378$$

$$\Rightarrow \frac{V^2}{c^2} = 0{,}92622 \Rightarrow V = 0{,}9624\ c.$$

A

1. $Q_0 = C\,U = 2{,}2\times 10^{-6} \times 4{,}6 = 1{,}012\times 10^{-5}$ C ; l'énergie emmagasinée = $\frac{1}{2} CU^2 = 2{,}33\times 10^{-5}$ J

B.

I - 1. L'énergie magnétique : $W_m = \frac{1}{2} Li^2 = 0 \Rightarrow i = 0$

2. $i = -\frac{dq}{dt}$, car i quitte l'armature chargée de q ou se dirige vers l'armature chargée de –q.

3. $u_{MN} = L\frac{di}{dt} + ri$, mais r = 0 alors : $u_{MN} = L\frac{di}{dt}$, alors : $u_{MN} = -L\frac{d^2q}{dt^2}$

On a $u_{MN} = -L\frac{d^2q}{dt^2} = \frac{q}{C} \Rightarrow \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$ ou $\ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0$

4. $i = \frac{dq}{dt} = -\omega_0 a_1 \sin\omega_0 t + \omega_0 b_1 \cos\omega_0 t$ et $\frac{d^2q}{dt^2} = -\omega_0^2 a_1 \cos\omega_0 t - \omega_0^2 b_1 \sin\omega_0 t$

$\Rightarrow \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \omega_0 = 2455$ rd/s.

À t = 0, $q = Q_0 \Rightarrow Q_0 = a_1$. De même à t = 0, $i = 0 \Rightarrow b_1 = 0$.

5. Allure sinusoïdale ; Période et amplitude

II- 1. $u_{MN} = Ri = -R\frac{dq}{dt}$

2. $u_{MN} = \frac{q}{C} = -R\frac{dq}{dt} \Rightarrow \frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC}q = 0.$

3. $\frac{dq}{dt} = \alpha b_2 e^{\alpha t}$: $\alpha b_2 e^{\alpha t} + a_2 + \frac{1}{RC} b_2 e^{\alpha t} = 0 \Rightarrow a_2 = 0$ et $\alpha + \frac{1}{RC} = 0 \Rightarrow \alpha = -\frac{1}{RC}$

à t = 0 $\Rightarrow q = Q_0 \Rightarrow b_2 = Q_0$.

4. $-1/\alpha$ représente le temps au bout duquel q devient 37% de Q_0, ou: $-1/\alpha = \tau$.
5. Allure décroissance exponentielle jusqu'à 0 ; Q_0 ; τ

III-

1. $i = \frac{dq'}{dt}$; $i = \frac{dq'}{dt} = -\frac{dq}{dt} \Rightarrow q'+q = \text{constante} = Q_0$.
2. $u_{MN} = \frac{q'}{C_2} + Ri = \frac{Q_0 - q}{C_2} - R\frac{dq}{dt}$.
3. $u_{MN} = \frac{Q_0 - q}{C_2} - R\frac{dq}{dt} = \frac{q}{C_1} \Rightarrow R\frac{dq}{dt} + q(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}) = \frac{Q_0}{C_2}$.
4. $\frac{dq}{dt} = \beta b_3 e^{\beta t} \Rightarrow R\beta b_3 e^{\beta t} + (a_3 + b_3 e^{\beta t})(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}) = \frac{Q_0}{C_2}$

$a_3 = \frac{Q_0 C_1}{C_1 + C_2}$; $b_3 = \frac{Q_0 C_2}{C_1 + C_2}$ et $\beta = -\frac{1}{R}(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2})$

5. Allure: décroissance exponentielle jusqu'à atteindre $a_3 = \frac{Q_0 C_1}{C_1 + C_2}$ $(t \to \infty \Rightarrow q = a_3)$; Q_0 , τ