UNIVERSITE LIBANAISE
FACULTE DE GENIE

الجامعة اللبنانية
كلية الهندسة

Concours d'entrée 2001-2002 **Physique** **Durée : 2 heures**

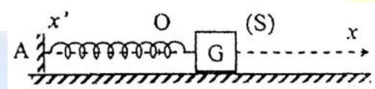
<u>Remarque :</u> l'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée.

Premier Exercice

A- Etude théorique

I- Un oscillateur mécanique horizontal est constitué par un solide (S) de masse M = 0,760 kg attaché à un ressort (R) à spires non jointives, de constante de raideur K = 8,3 N/m et de masse négligeable.

(S) peut glisser sans frottement sur un axe x'x horizontal.



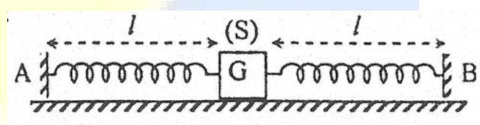
Lorsque (S) est en équilibre, son centre d'inertie G se situe au point O considéré comme origine des abscisses. (S) est écarté dans le sens positif de X_0 = 3,7 cm de sa position d'équilibre, puis il est abandonné sans vitesse initiale à la date $t_0 = 0$. À une date t, G animé d'une vitesse $\vec{V} = V\vec{i}$, ($V = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$), passe par le point d'abscisse x. Le plan horizontal contenant x'x est choisi comme niveau de référence pour l'énergie potentielle de pesanteur.

1. Donner, à la date t, l'expression de l'énergie mécanique de cet oscillateur en fonction de x et $\dot{x}$ et en déduire l'équation différentielle qui régit le mouvement de G.
2. Déterminer les valeurs des grandeurs caractéristiques ω_0 et T_0 de cet oscillateur.
3. Déterminer l'équation horaire du mouvement de G.

<u>II-</u> (S) est relié par deux ressorts identiques à (R), chacun de longueur à vide ℓ_0. La longueur du ressort, à l'équilibre, est ℓ ($\ell > \ell_0$). On reprend les mêmes conditions précédentes (x_0 = 3.7 cm et $V_0 = 0$).

Les deux ressorts restent toujours tendus et (S) oscille sans frottement le long de AB.

1. Calculer en fonction de ℓ_0, ℓ et x, l'allongement de chaque ressort à la date t et donner l'expression de l'énergie potentielle élastique de chaque ressort.



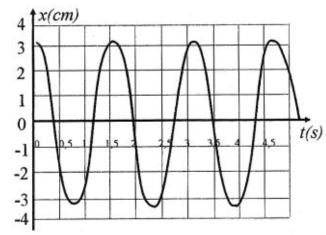
2.a) Écrire l'énergie mécanique de ce nouvel oscillateur à la date t et en déduire I' équation différentielle qui régit le mouvement de G .

b) Déduire que la valeur de la période propre $T_0^{'}$; de cet oscillateur est $T_0^{'} = T_o/\sqrt{2}$.

B- Étude expérimentale

I- Oscillations libres

Nous reprenons l'oscillateur où (S) est relié par les deux ressorts identiques a (R). Un dispositif approprié permet d'enregistrer le déplacement du centre d'inertie G de (S) en fonction du temps. L'enregistrement des différentes positions de G donne la courbe de la figure ci-contre.

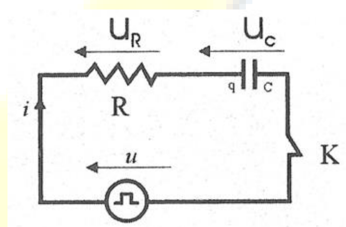


1. a- L'énergie mécanique de cet oscillateur reste-elle conservée au cours des oscillations? Justifier.
   b- Mesurer, à l'aide de la courbe, une grandeur caractéristique de cet oscillateur et comparer-la avec celle calculée dans l'étude théorique.

II- Oscillations forcées.

L'oscillateur est dans sa position d'équilibre. L'extrémité A n'est plus fixe; elle est reliée à un excitateur de fréquence f réglable. A est ainsi animée d'un mouvement sinusoïdale de fréquence f.
L'oscillateur [(S) , ressort, support] est alors le résonateur qui effectue des oscillations d'amplitude X_m dépendant de f. Donner l'allure de la courbe représentant les variations de X_m en fonction de f en indiquant la valeur de la fréquence à la résonance d'amplitude.

On réalise un circuit comportant en série un interrupteur (K), un conducteur ohmique (R) de résistance R et un condensateur (C) de capacité C.
Ce circuit est alimente par un GBF délivrant entre ses bornes une tension en créneaux.



u. = U pour $0 \leq t \leq T/2$;
u = 0 pour $T/2 \leq t \leq T$.
(K) es fermé à la date $t_0 = 0$.

1) a- Établir l'équation différentielle qui décrit l'évolution de u_c en fonction du temps t pour $0 \leq t \leq T/2$.
   b- Donner l'expression de la constante de temps τ de ce circuit.
   c- Donner l'allure de la courbe u_C en fonction du temps en supposant $T/2 \gg \tau$ et préciser la valeur de u_C à la date T/2.

2) a- Que se passe-t-il à partir de la date T/2?
   b- Écrire, alors, l'équation différentielle qui décrit l'évolution de u_C en fonction du temps t pour $T/2 \le t \le T$.
   c- Donner l'allure de la courbe donnant l'évolution de u_C et celle de u_R en fonction du temps t pour $T/2 \le t \le T$.

III- Comparaison de réactions nucléaires.

I- La masse d'une particule α peut être considérée égale à 4,0039 u où u est l'unité de masse atomique.

1. Donner la définition de l'unité de masse atomique.
2. Lorsqu'une particule α frappe un noyau de béryllium ${}^{9}_{4}Be$, un neutron est émis et un noyau se forme.
   a- Ecrire l'équation de cette réaction nucléaire en précisant les lois de conservation respectées.
   b- Identifier le noyau obtenu.

II- Lorsqu'un neutron frappe un noyau d'uranium ${}^{235}_{92}U$ il se produit une fission. Parmi les nombreuses réactions possibles, on étudie le bilan de la fission suivante:

$${}^{1}_{0}n + {}^{235}_{92}U \longrightarrow {}^{139}_{54}Xe + {}^{95}_{38}Sr + 2\,{}^{1}_{0}n$$

On donne:

$m_n = 1{,}00866$ u , $m_p = 1{,}00728$ u , 1 u = $1{,}66055.10^{-27}$ kg = 931,5 MeV/c^2.

Énergie de liaison par nucléon pour ${}^{235}_{92}U$: $E_\ell(U) = 7{,}7$ MeV

Énergie de liaison par nucléon pour ${}^{139}_{54}Xe$: $E_\ell(Xe) = 8{,}4$ MeV

Énergie de liaison par nucléon pour ${}^{95}_{38}Sr$: $E_\ell(Sr) = 8{,}7$ MeV.

A- 1. Donner l'expression de la masse d'un noyau en fonction de la masse m_n d'un neutron, de la masse m_p d'un proton et de l'énergie de liaison E_ℓ de ce noyau.

2. Calculer les masses respectives m_1, m_2 et m_3 des noyaux U, Xe et Sr.
3. Vérifier que cette réaction est exo-énergétique.

B- Sachant que les nucléides naturels ${}^{132}_{54}Xe$ et ${}^{88}_{38}Sr$ sont stables, les produits de la fission sont radioactifs; ce sont des émetteurs β^-.

1. Ces produits se transforment en d'autres produits radioactifs. L'ensemble de ces produits constitue des déchets radioactifs. Parmi ces déchets, on trouve le strontium ${}^{90}Sr$ de période 25 ans et le césium ${}^{137}Cs$ de période 100/3 ans.
   a- Définir la période radioactive d'un radio nucléide.
   b- Si N_0 est le nombre des noyaux ${}^{90}Sr$ présents à la date $t_0 = 0$ et N le nombre des noyaux ${}^{90}Sr$ restants à la date $t_l = 100$ ans, déterminer le rapport N'/N_0 où N' est le nombre des noyaux ${}^{90}Sr$ désintégrés durant ces 100 ans.

2. Après plusieurs désintégrations de type β^-, les produits de la fission aboutissent à deux nucléides stables: le lanthane $_{57}La$ et le molybdène $_{42}Mo$.

a- Écrire le bilan global de ces désintégrations, en précisant le nombre de masse pour chaque nucléide stable.

b- Déduire l'équation bilan de la fission du noyau $^{235}_{92}U$ conduisant aux nucléides stables.

c- Au cours de ces désintégrations, y a-t-il une émission de neutrinos ou d'antineutrinos? Pour quelle raison le neutrino ou l'antineutrino a-t-il été introduit?

Concours d’entrée 2001-2002 **Solution de Physique** **Durée : 2 heures**

Premier Exercice

A- Étude théorique

I- 1. $Em = Ec + Ep = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}M\dot{x}^2 + \frac{1}{2}kx^2$

Or, comme (S) glisse sans frottement, alors l'énergie mécanique est conservée donc Em = cte

$\Rightarrow M\dot{x}\ddot{x} + kx\dot{x} = 0$

Or $\dot{x} \neq 0 \Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{M}x = 0$.

2. L'équation différentielle est de la forme: $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{k}{M}$; $\omega_0^2 = \frac{8,3}{0,76}$

$\Rightarrow \omega_0 = 3,305$ rd/s.

Et $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 1,90$ s.

3. L'équation horaire de cet oscillateur n'est autre que la solution de l'équation différentielle ; elle est donnée par:

$x = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$, or à $t_0 = 0$, on a: $x = x_0 = 0,037$ m et $\dot{x} = 0$

avec $\dot{x} = X_m\omega_0\sin(\omega_0 t + \varphi)$

$x_0 = X_m \cos\varphi$ et $0 = X_m\omega_0\sin\varphi \Rightarrow \sin\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 0$ ou π

$\cos\varphi > 0$ $(x_0 > 0) \Rightarrow \varphi = 0$ et par suite $X_m = x_0 = 0,037$ m ou 3,7 cm.

Ainsi : $x = 3,7\cos(3,305t)$, x en cm.

II- 1. En position d'équilibre, chaque ressort est allongé d'une valeur $\Delta\ell = \ell - \ell_0$.

Lorsque G s'écarte de O d'une valeur x (algébrique), le ressort R_1 sera allongé de $\Delta\ell_1 = \ell - \ell_0 + x$, et le ressort ℓ_2 sera allongé de $\Delta\ell_2 = \ell - \ell_0 - x$.

Ainsi l'énergie potentielle du ressort R_1 est:

$Ep_1 = \frac{1}{2}k(\ell - \ell_0 + x)^2$; et celle du ressort R_2 est:

$Ep_2 = \frac{1}{2}k(\ell - \ell_0 - x)^2$

2. $Em = \frac{1}{2}M\dot{x}^2 + \frac{1}{2}k(\ell - \ell_0 + x)^2 + \frac{1}{2}k(\ell - \ell_0 - x)^2$

$Em = \frac{1}{2}M\dot{x}^2 + \frac{1}{2}k(\ell - \ell_0)^2 + kx^2 = cte$

$\Rightarrow M\dot{x}\ddot{x} + 2kx\dot{x} = 0$

Or $\dot{x} \neq 0 \Rightarrow \ddot{x} + \frac{2k}{M}x = 0$.

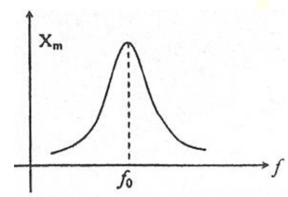
$\Rightarrow \omega_0' = \sqrt{\frac{2k}{M}}$; et $T_0' = \frac{2\pi}{\omega_0'} = 2\pi\sqrt{\frac{M}{2k}} = \frac{T_0}{\sqrt{2}} \Rightarrow T_0'$ 1,34 s.

B- Etude expérimentale

I- 1. On voit d'après le graphe que l'amplitude des oscillations diminue, donc le mouvement est amorti ce qui montre que l'énergie mécanique n'est pas conservée.

2. Si on mesure la période des oscillations on trouve :

$$T_0'' = \frac{4{,}1}{3} = 1{,}366 \text{ s} \cong 1{,}37 \text{ s} \geq T_0'.$$

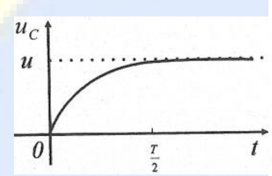


II- Dans le cas des oscillations forcées, la fréquence du résonateur est la même que celle de l'excitateur, mais l'amplitude des oscillations varie avec la fréquence.
Cette amplitude varie comme le montre la figure ci-contre.
Cette amplitude devient maximale lorsque f devient égale à la fréquence propre f_0 du résonateur.
$F = f_0'' \cong 0{,}73$ Hz.

Deuxième exercice

1. a- La loi des tensions donne:
$u = u_c + u_R = u_c + Ri$
Or $i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_C}{dt}$ et $u_R = Ri = RC\frac{du_C}{dt}$.
Ainsi : $u = u_c + RC\frac{du_C}{dt} \Rightarrow \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}u_C = \frac{1}{RC}u.$
pour $0 \leq t \leq T/2$ on a $u = U$, donc l'équation différentielle devient :
$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}u_c = \frac{1}{RC}U.$$
b- La solution de l'équation différentielle est:

$u_c = U\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ avec $\tau = RC$ est la constante du temps.



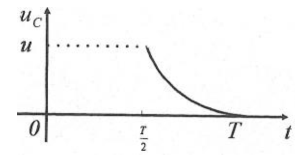
c- Comme $T/2 \gg \tau$, donc lorsque $t = T/2$, on aura $e^{-\frac{t}{\tau}} = 0 \Rightarrow u_C = U$
d'où l'allure de la courbe u_C :

2. a- À partir de T/2 , on a $u = 0$ et le condensateur se décharge à travers la résistance et la valeur de u_C diminue jusqu'à s'annuler.

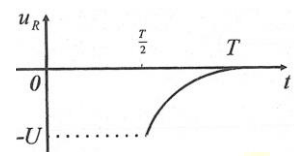
b- Pour $T/2 \leq t \leq T$, on a $u = 0$ d'où l'équation différentielle:

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}u_c = 0.$$

c- La solution de l'équation différentielle est: $u_c = U e^{-\frac{t}{\tau}}$, dont l'allure est donnée par :



D'autre part, comme $u = u_C + u_R = 0 \Rightarrow u_R = -u_C$ D'où l'allure de u_R:



Troisième exercice

I- 1. L'unité de masse atomique notée u représente le 1/12 de la

masse de l'atome de carbone $^{12}_{6}C$ et elle vaut approximativement: $1\ u = 1{,}66\times10^{-27}$ kg.

2. a- L'équation de la réaction est donnée par:

$$^{4}_{2}He + {}^{9}_{4}Be \longrightarrow {}^{1}_{0}n + {}^{A}_{Z}X$$

Les lois de conservation donnent:

- Conservation du nombre total de nucléons: $4 + 9 = 1 + A \Rightarrow A = 12$;
- Conservation du nombre total de charge: $2 + 4 = 0 + Z \Rightarrow Z = 6$.

b- Comme $^{12}_{6}X$, alors X n'est autre que l'atome de carbone $^{12}_{6}C$.

II- A- 1. La loi d'Einstein donne: $E_\ell = \Delta mc^2$ avec masse totale des nucléons sans liaison - masse du noyau : $\Delta m = Zm_p + (A-Z)\,m_n - m_X$.

Comme $\Delta m = \frac{E_\ell}{c^2}$, alors : $\frac{E_\ell}{c^2} = Zm_p + (A-Z)m_n - m_X$.

$$\Rightarrow m_X = Zm_p + (A-Z)m_n - A\times\frac{E_\ell}{c^2}.$$

2. $m_1 = m(U) = 92\times1{,}00728 + (235-92)\times1{,}00866 - (235\times7{,}7\ MeV/c^2)/931{,}5$.
$m_1 = 234{,}96557$ u
$m_2 = m(Xe) = 54\times1{,}00728 + (139-54)\times1{,}00866 - (139\times8{,}4\ MeV/c^2)/931{,}5$.
$M_2 = 138{,}\ 8747$ u
$M_3 = m\ (Sr) = 38\times1{,}\ 00728 + (95-38)\times1{,}\ 00866 - (95\times8{,}7\ MeV/c^2)/931{,}5$.
$M_3 = 94{,}\ 8829$ u.

3. $^{1}_{0}n + {}^{235}_{92}U \longrightarrow {}^{139}_{54}Xe + {}^{95}_{38}Sr + 2\,{}^{1}_{0}n$

La différence des masses des produits et des réactifs est:

m (produits) – m (réactifs) $= m_2 + m_3 + 2m_n - (m_1 + m_n)$
$= m_2 + m_3 + m_n - m_1 = 138{,}8747 + 94{,}8829 + 1{,}00866 - 234{,}96557$
$= -0{,}19931$ u ou $-185{,}65\ MeV/c^2$.

Comme cette différence est négative, alors la réaction est exo-énergétique.

B -1.a- La période radioactive ou de demi-vie n'est autre que la durée au bout de laquelle la masse (le nombre de noyaux ou l'activité) du radio nucléide est divisée par deux par désintégration de la moitié des noyaux de ce nucléide.

b- Comme la période de ^{90}Sr est T = 25 ans, alors durant 100 ans on a 4 périodes donc le nombre des noyaux a été divisé par 2 quatre fois, ce qui donne:

$N = N_0/2^4 = N_0/16$. Or, le nombre des noyaux désintégrés est:

$N' = N_0 - N = 15\ N_0/16 \Rightarrow N'/N_0 = 15/16 = 0{,}9375$.

2. a- Pour le Xe : ${}^{139}_{54}Xe \longrightarrow {}^{A_1}_{54}La + x\ {}^{0}_{-1}e \Rightarrow 139 = A_1$ et $x = 3$

$\Rightarrow {}^{139}_{54}Xe \longrightarrow {}^{139}_{54}La + 3\ {}^{0}_{-1}e$

Pour le Sr : ${}^{95}_{38}Sr \longrightarrow {}^{A_2}_{54}Mo + y\ {}^{0}_{-1}e \Rightarrow 95 = A_2$ et $y = 4$

$\Rightarrow {}^{95}_{38}Sr \longrightarrow {}^{95}_{54}Mo + 4\ {}^{0}_{-1}e$

b- L'équation globale de fission devient:

$${}^{1}_{0}n + {}^{235}_{92}U \longrightarrow {}^{139}_{54}Xe + {}^{95}_{38}Sr + 2\,{}^{1}_{0}n \longrightarrow {}^{139}_{54}La + 7\ {}^{0}_{-1}e + {}^{95}_{54}Mo + 2\,{}^{1}_{0}n\ .$$

c- La particule introduite est l'antineutrino ${}^{0}_{0}\overline{\nu}$; il est introduit afin d'assurer la conservation de l'énergie.