Examen d'entrée 2013-2014 | **Physique** | **durée : 2 h**
14/7/2013

Exercice I [20 pts] : Oscillations forcées. Phénomènes de résonance.

Un pendule élastique horizontal est constitué d'un solide (S), de masse **m = 200 g,** attaché à l'extrémité d'un ressort (R), de masse négligeable et de raideur **k**, l'autre extrémité du ressort étant fixe. Le centre d'inertie G du solide peut se déplacer sur un axe horizontal $(O, \vec{i})$, O étant la position de G lorsque (S) est en équilibre. Un dispositif approprié exerce sur le pendule une force excitatrice de pulsation ω réglable. G commence à osciller de part et d'autre de O. À une date t, l'abscisse de G est x et sa vitesse est $\vec{v} = v\,\vec{i} = \frac{dx}{dt}\vec{i}$; la force excitatrice est alors de la forme $\vec{F} = F\,\vec{i} = F_0 \sin(\omega t+\phi)\,\vec{i}$, d'amplitude F_0 constante et le solide (S) est soumis à une force de frottement de la forme : $\vec{f} = -\mathbf{h}\,\vec{v} = -\mathbf{h}\,v\,\vec{i}$ où **h** est une constante positive.

1. Montrer que l'équation différentielle en x associée au mouvement du pendule est de la forme :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{h}{m}\frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}x = \frac{F_0}{m}\sin(\omega t + \phi).$$

2. En régime permanent, la solution de cette équation différentielle s'écrit : $x = X_m \sin(\omega t)$.
   a) Déduire, en donnant à ωt deux valeurs particulières, l'expression de tanϕ en fonction des données et montrer que l'amplitude X_m est donnée par : $X_m = \dfrac{F_0}{\sqrt{h^2\omega^2 + (k - m\omega^2)^2}}$
   b) En donnant à ω différentes valeurs et en mesurant, pour chacune de ces valeurs, la valeur correspondante de X_m, on remarque que l'on obtient un phénomène de résonance d'amplitude.
      i) Déterminer l'expression de la pulsation de résonance $\boldsymbol{\omega_r}$ correspondante en fonction des données.
      ii) Donner l'allure de la courbe de résonance d'amplitude pour deux valeurs différentes de h.
3. a) Déterminer l'expression de v.
   b) En déduire l'expression de l'amplitude V_m de v en fonction des données.
   c) i) Déterminer l'expression de la pulsation de résonance $\boldsymbol{\omega_0}$ de V_m.
      ii) Donner l'allure de la courbe de résonance de l'amplitude V_m pour deux valeurs différentes de h.

4. On donne à chacune des grandeurs ω, h et k une valeur particulière. À l'aide d'un dispositif approprié, on réalise, en régime permanent, l'enregistrement de F et x; les courbes (1) et (2) représentent respectivement les variations de F et x en fonction du temps, **où une division verticale représente une force de 0,3 N et un déplacement de 1 cm et une division horizontale représente 30 ms.** En se référant aux courbes :
   a) déterminer les expressions de F et x.
   b) déterminer les valeurs de k et h.

Exercice II [22 pts] : Différents rôles d'une bobine

A. Ouverture et fermeture de l'injecteur d'une voiture

Un électro-aimant, constitué par une bobine, sert à commander l'ouverture et la fermeture de l'injecteur dans le moteur d'une voiture moderne. De même, cette bobine peut être utilisée dans la détection de métaux. Dans cet exercice, on s'intéresse à déterminer l'inductance L de la bobine.

Pour déterminer l'inductance L de la bobine de résistance négligeable, on réalise le circuit de la figure 1. Le générateur utilisé délivre, à ses bornes, une tension u_g triangulaire asymétrique. La résistance de (R) vaut 1,0 kΩ. Un système approprié permet

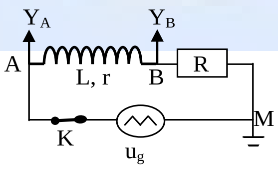


Figure 1

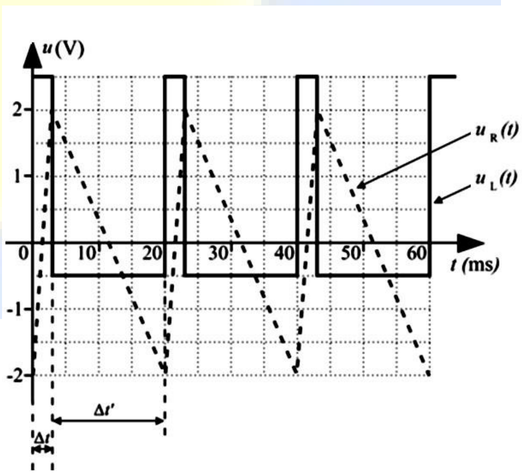


Figure 2

d'obtenir les courbes de la figure 2 qui représentent l'évolution, en fonction du temps, de la tension $u_R = u_{BM}$ aux bornes de (R) et celle de la tension $u_L = u_{AB}$ aux bornes de la bobine.

1. Comment a-t-on obtenu, à partir des tensions enregistrées sur les voies Y_A et Y_B, la courbe u_L ?
2. a) Donner l'expression de u_L en fonction de u_R.
b) i) En se référant à la figure 2, déterminer la valeur de l'inductance L dans chacun des deux intervalles Δt et $\Delta t'$.
ii) Le constructeur annonce L ≈ 2,0 H. Commenter brièvement les deux valeurs obtenues de L en acceptant, en valeur absolue, un écart relatif de 10%.

B. Influence du fer sur l'inductance
Le montage utilisé est celui de la figure 1, où on remplace le générateur par un autre idéal de f.é.m. E = 3,2 V.
À l'aide d'un dispositif approprié, on enregistre l'évolution de la tension $u_R = u_{BM}$ en fonction du temps. L'origine des temps est prise à l'instant où l'on ferme l'interrupteur K.
1. Établir, à une date t, l'équation différentielle en u_R.
2. La solution de cette équation différentielle est de la forme $u_R = U_0\,(1-e^{-t/\tau})$.
Déterminer les expressions des constantes U_0 et τ.
3. L'enregistrement de u_R est fait, dans un premier temps, en l'absence d'aucun métal placé à proximité de la bobine (courbe (a)), puis en présence d'un morceau de fer placé à proximité de la bobine (courbe (b)) (fig 3).

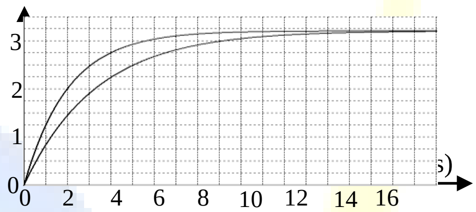


Figure 3.

a) Déterminer les valeurs des constantes τ_a et τ_b associées respectivement à (a) et (b
b) i) Comparer les valeurs L_a et L_b de l'inductance de la bobine en l'absence et en présence de fer.
ii) Que peut-on en déduire ?

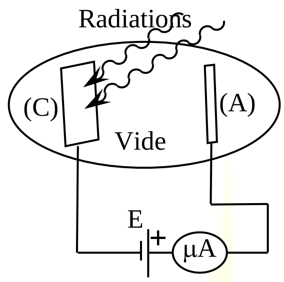
C. Un détecteur de métaux
Le détecteur de métaux est constitué essentiellement d'un oscillateur électrique (L, C) supposé idéal.
1. Faire un schéma du circuit montrant le sens du courant i à une date t.
2. Établir, à une date t, l'équation différentielle en u_C, u_C étant la tension aux bornes du condensateur.
3. Déduire, de cette équation différentielle, l'expression de la fréquence propre f_0 de l'oscillateur en fonction de L et C.
4. Le détecteur, associé à un fréquencemètre, affiche, en l'absence d'aucun métal, un signal de fréquence f_0 = 20 kHz. L'inductance de la bobine étant 2,0 H, calculer la valeur de C.
5. Le détecteur précédent affiche, en présence d'un métal, un signal de fréquence f = 21 kHz. A-t-on trouvé du fer ? Justifier.

Exercice III [18 pts] : Aspect corpusculaire des radiations
A- Atome d'hydrogène

Données: c = $2{,}998\times10^{8}$ m/s ; h = $6{,}626\times10^{-34}$ J·s; 1 eV = $1{,}60\times10^{-19}$ J.
La **série de Balmer** est constituée de raies visibles et d'autres appartenant au domaine ultraviolet. La longueur d'onde de la première raie H_α est 656,2 nm, celle de la seconde H_β est 486,1 nm, celle de la troisième H_γ est 434,0 nm, et ainsi de suite. La longueur d'onde de la raie limite de cette série est 364,6 nm.
1. Calculer, en eV, l'énergie d'un photon associé à la raie limite de la série de Balmer.
2. Déterminer l'énergie du niveau de départ et celle du niveau d'arrivée.

B- Effet photoélectrique

La cathode (C) d'une cellule photoélectrique au potassium a une surface utile $S = 2,00\ cm^2$. La cathode, dont le travail d'extraction vaut $W_0 = 2,20$ eV, reçoit les radiations d'une source ponctuelle à hydrogène placée à une distance $D = 1,25$ m qui rayonne, de façon uniforme dans toutes les directions, une puissance $P_S = 2,00$ W.



1. Calculer la longueur d'onde seuil de la cathode de potassium.
2. Quelles sont, parmi les raies de la série de Balmer, les radiations qui peuvent provoquer une émission photoélectrique ?
3. L'énergie cinétique maximale d'un électron émis est quantifiée. Pourquoi ?
4. À l'aide d'un filtre, on éclaire la cathode par la lumière bleue H_β. La f.é.m. E du générateur est réglée de façon à permettre à l'anode de capter tous les électrons émis par la cathode dont le rendement quantique est $r_q = 0,875\%$.

   a) Montrer que la puissance rayonnante P_0 reçue par la cellule vaut 2.04×10^{-5} W.
   b) Déterminer le nombre N_0 des photons incidents sur la cathode en une seconde.
   c) Déterminer l'intensité I_0 du courant traversant le circuit.
5. On éteint la lampe, à une date choisie comme origine des temps $t_0 = 0$. La puissance reçue par (C), à une date t, s'écrit alors : $P = P_0e^{-50\,t}$.
   a) Déterminer :
      i) le nombre dn d'électrons émis par (C) entre les dates t et t + dt;
      ii) la variation dq de la charge circulant dans le circuit entre les dates t et t + dt.
   b) En déduire l'expression de l'intensité i du courant traversant le circuit à la date t.
   c) Déterminer le temps au bout duquel l'intensité i sera supposée pratiquement nulle.

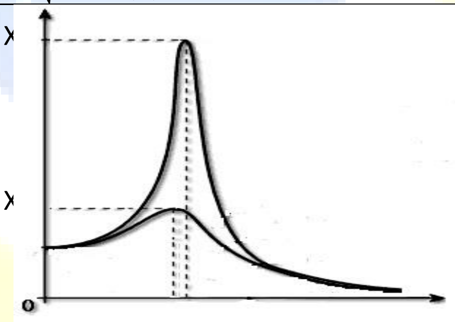
UNIVERSITE LIBANAISE

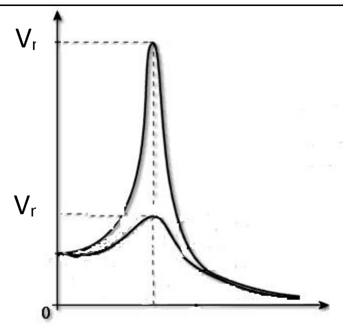
FACULTE DE GENIE

الجامعة اللبنانية
كلية الهندسة

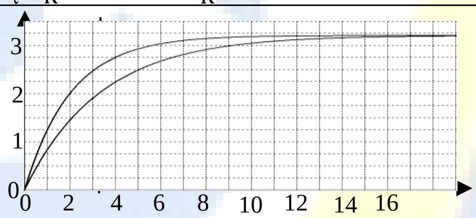
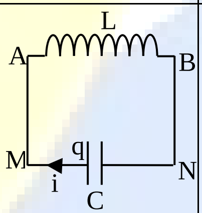
Examen d'entrée 2013-2014 **Corrigé de Physique** **14/7/2013**

Exercice I : Oscillations forcées. Phénomènes de résonance.

Q		Notes
1.	L'énergie mécanique du système (oscillateur, Terre) est donnée par : $E_m = E_C + E_{Pé} = ½mv^2 + ½kx^2$. $\sum P = \frac{dE_m}{dt} \Rightarrow P(\vec{R}_N) + P(\vec{f}) + P(\vec{F}) = \frac{dE_m}{dt}$ $0 - hv\cdot v + F_0\cdot \sin(\omega t+\phi)v = mv\frac{dv}{dt} + k\,x\,\frac{dx}{dt}$; en simplifiant par $v = \frac{dx}{dt}$ et en remplaçant $\frac{dv}{dt}$ par $\frac{d^2x}{dt^2}$, on obtient : $-h\frac{dx}{dt} + F_0\cdot\sin(\omega t+\phi) = m\frac{d^2x}{dt^2} + k\,x \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{h}{m}\frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}x = \frac{F_0}{m}\sin(\omega t+\phi)$. **Autre méthode** : $\sum \vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} = m\vec{g} + \vec{R}_N + \vec{f} + \vec{F'} + \vec{F}$, avec $\vec{F'} = -kx\,\vec{i}$ Après projection : $m\frac{d^2x}{dt^2} = -h\frac{dx}{dt} - kx + F_0\sin(\omega t+\phi) \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{h}{m}\frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}x = \frac{F_0}{m}\sin(\omega t+\phi)$.	3
2.a)	$\frac{dx}{dt} = \omega X_m\cos(\omega t)$ et $\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2X_m\sin(\omega t)$. En remplaçant dans l'équation différentielle, on obtient : $-\omega^2X_m\sin(\omega t) + \frac{h}{m}\omega X_m\cos(\omega t) + \frac{k}{m}X_m\sin(\omega t) = \frac{F_0}{m}\sin(\omega t+\phi)$. Pour $\omega t = 0 \Rightarrow \frac{h}{m}\omega X_m = \frac{F_0}{m}\sin(\phi) \Rightarrow F_0\sin(\phi) = h\omega X_m$. Pour $\omega t = \pi/2 \Rightarrow -\omega^2X_m + \frac{k}{m}X_m = \frac{F_0}{m}\sin(\pi/2+\phi) = \frac{F_0}{m}\cos(\phi). \Rightarrow -m\omega^2X_m + k\,X_m = F_0\cos(\phi)$ $\Rightarrow [k - m\omega^2]X_m = F_0\cos(\phi) \Rightarrow \tan\phi = \frac{h\omega}{k-m\omega^2}$ et $h^2\omega^2X_m^2 + [k - m\omega^2]^2X_m^2 = F_0^2 \Rightarrow X_m = \frac{F_0}{\sqrt{h^2\omega^2+[k-m\omega^2]^2}}$	4
2.b.i	La résonance d'amplitude a lieu lorsque l'amplitude est maximale, c'est-à-dire lorsque sa dérivée par rapport à ω est nulle : $dX_m/d\omega = -½F_0[2\omega h^2 - 4m\omega(k-m\omega^2)][h^2\omega^2 + (k-m\omega^2)^2]^{-3/2} = 0$ $\Rightarrow 2\omega h^2 - 4m\omega(k-m\omega^2) = 0 \Rightarrow h^2 = -2m^2\omega^2 + 2mk \Rightarrow \omega_r = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{1}{2}\left(\frac{h}{m}\right)^2}$	2
2.b.ii	lorsque h augmente, ω_r diminue. 	1.5
3.a	On a $x = X_m\sin(\omega t) \Rightarrow$ l'expression de v : $v = \omega X_m\cos(\omega t)$.	1
3.b	L'expression de l'amplitude V_m de v : $V_m = \omega X_m \Rightarrow V_m = \frac{F_0}{\sqrt{h^2+[k/\omega - m\omega]^2}}$	1
3.c.i	On a une résonance de l'amplitude V_m de la vitesse, lorsque le dénominateur est minimal, donc pour $k/\omega^2 - m = 0 \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$.	1

3.c.ii	Ainsi, lorsque h augmente, la pulsation de résonance ω_0 est indépendante de h. 	**1.5**
4.a	La valeur de ϕ : $\phi = 1\times2\pi/19 = 0{,}33$ rad ou 18,9°. La période des oscillations : $T = 19\times30 = 570$ ms ou 0,570 s $\Rightarrow \omega = 2\pi/T = 11$ rad/s. $X_m = 3$ cm et $F_0 = 4\times0{,}3 = 1{,}2$ N $x = 3\sin(11\,t)$ et $F = 1{,}2\sin(11\,t + 0{,}33)$ { x en cm ; F en N et t en s}	**3**
4.b	$k - m\omega^2 = y \Rightarrow h\omega = y\tan\phi = 0{,}343\,y$ $h^2\omega^2 + (k-m\omega^2)^2 = h^2\omega^2 + y^2 = [F_0/X_m]^2 = 1600 \Rightarrow 1{,}117\,y^2 = 1600 \Rightarrow y = 37{,}85 = k - 0{,}2\times11^2$ $\Rightarrow k = 62{,}1$ N/m. $11\,h = 0{,}343\times37{,}85 \Rightarrow h = 1{,}18$ kg/s.	**2**
		20

Exercice II Différents rôles d'une bobine

A.1	Vue que la tension $u_L = u_g - u_R = u_g + (-u_R)$ il suffit d'enfoncer les boutons INV (de la voie Y_B) et ADD.	**1.5**
A.2.a	D'après la loi d'Ohm dans le cas d'une bobine on a : $u_L = L di/dt$ et la loi d'Ohm dans le cas d'un conducteur ohmique $u_R = R\, i$, alors $u_L = \frac{L}{R}\frac{du_R}{dt}$.	**2**
A.2.b.i	Dans l'intervalle Δt : $\frac{du_R}{dt} = \frac{\Delta u_R}{\Delta t}$ (courbe portée par une droite) $\Rightarrow$ $\frac{du_R}{dt} = \frac{2+2}{3\times10^{-3}} = 1333$ V/s et $u_L = 2{,}5$ V $\Rightarrow L = \frac{2{,}5\times10^{3}}{1333} = 1{,}88$ H. Dans l'intervalle $\Delta t'$: $\frac{du_R}{dt} = \frac{\Delta u_R}{\Delta t}$ (courbe portée par une droite) $\Rightarrow$ $\frac{du_R}{dt} = \frac{-2-2}{17\times10^{-3}} = -235{,}3$ V/s et $u_L = -0{,}5$ V $\Rightarrow L = \frac{-0{,}5\times10^{3}}{-235{,}3} = 2{,}12$ H.	**3**
A.2.b.ii	Les valeurs obtenues sont cohérentes avec la valeur donnée par le constructeur : $\frac{\Delta L_a}{L} = \frac{0{,}12}{2} \approx 6\% < 10\%$ Et $\frac{\Delta L_b}{L} = \frac{0{,}12}{2} \approx 6\% < 10\%$.	**1**
B.1.	D'après la loi d'additivité des tensions : $u_g = u_L + u_R \Rightarrow E = \frac{L}{R}\frac{du_R}{dt} + u_R$.	**1.5**
B.2.	. $\frac{du_R}{dt} = \frac{U_0}{\tau} e^{-t/\tau}$, $E = \frac{L}{R}\frac{U_0}{\tau} e^{-t/\tau} + U_0 - U_0\, e^{-t/\tau}$. Par identification et quel que soit le temps, on obtient : $U_0 = E$ et $\frac{U_0}{\tau}\frac{L}{R} = U_0 \Rightarrow \tau = \frac{L}{R}$.	**2**
B.3.a	Pour $t = \tau$, $u_R = 0{,}63\times3{,}2 = 2{,}02$ V $\Rightarrow \tau_a = 2$ ms et $\tau_b = 3{,}3$ ms.  **Figure 3.**	**2**
B.3.b.i	$L_a = R\times\tau_a = 10^3\times2\times10^{-3} = 2$ H et $L_b = R\times\tau_b = 10^3\times3{,}3\times10^{-3} = 3{,}3$ H. $\Rightarrow$ **$L_a < L_b$.**	**1.5**
B.3.b.ii	La présence du fer à proximité de la bobine cause une augmentation de son inductance.	**0.5**
C.1		**0.5**
C.2	On a $u_{AB} = u_{MN} \Rightarrow L\frac{di}{dt} = u_C$, mais $i = -\frac{dq}{dt} = -C\frac{du_C}{dt} \Rightarrow -LC\frac{d^2u_C}{dt^2} = u_C$ Par suite : $\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C = 0$.	**2.5**
C.3	La forme générale de cette équation différentielle est $\frac{d^2u_C}{dt^2} + \omega_0^2\, u_C = 0 \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{1}{LC}$. Comme la fréquence propre $f_0 = \omega_0/2\pi$, alors $f_0 = 1/[2\pi\sqrt{LC}]$.	**1.5**
C.4	La fréquence propre $f_0 = 20$ kHz $= 1/[2\pi\sqrt{LC}] \Rightarrow LC = 6{,}33\times10^{-11} \Rightarrow C = 3{,}16\times10^{-11}$ F.	**1.5**
C.5	Avec une fréquence de 21 kHz > 20 kHz $\Rightarrow L' < L$; ce qui implique que L a diminuée. Donc on n'a pas trouvé du fer.	**1**
		22

Exercice III ASPECT CORPUSCULAIRE DES RADIATIONS

A.1	On a $E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6{,}626\times10^{-34}\cdot 2{,}998\times10^{8}}{364{,}6\times10^{-9}} = 5{,}448\times10^{-19}$ J et $E = \frac{5{,}448\times10^{-19}}{1{,}60\times10^{-19}} = 3{,}40$ eV.	**2.5**
A.2	La transition électronique correspondant à l'émission de ce photon est du niveau d'ionisation au premier niveau excité (n = 2) de l'atome d'hydrogène. Le niveau de départ a par convention une énergie nulle et le niveau d'arrivée est telle que : $E = E_\infty - E_2 \Rightarrow 3{,}40 = 0 - E_2 \Rightarrow E_2 = -3{,}40$ eV.	**2**
B.1	La longueur d'onde seuil λ_S de la cathode de potassium est telle que $W_0 = hc/\lambda_S \Rightarrow \lambda_S = hc/W_0$. $\lambda_S = \frac{6{,}626\times10^{-34}\cdot 2{,}998\times10^{8}}{2{,}20\cdot 1{,}60\times10^{-19}} = 5{,}65\times10^{-7}$ m ou 565 nm.	**1.5**
B.2	Les raies de la série de Balmer qui peuvent provoquer une émission photoélectrique vérifient la relation $\lambda < \lambda_S$, donc seule H_α, qui a $\lambda = 656{,}2$ nm $> \lambda_S$ ne provoque pas l'émission de photoélectrons. Toutes les autres raies vérifient $\lambda < \lambda_S$.	**1**
B.3	On a, d'après la relation d'Einstein, l'énergie d'un photon reçu : $E = W_0 + E_{C(max)}$. Comme W_0 est une constante du métal, et comme E est quantifiée alors l'énergie cinétique maximale $E_{C(max)}$ est quantifiée.	**1.5**
B.4.a	la puissance rayonnante P_0 reçue par la cellule : $P_0 = P_S\times s/4\pi D^2 = \frac{2\cdot 20\times10^{-4}}{4\cdot\pi\cdot 1{,}25^2} = 2{,}04\times10^{-5}$ W.	**1.5**
B.4.b	le nombre N_0 des photons incidents sur la cathode en une seconde est égal à : $N = \frac{\text{énergie des photons émis en 1 s}}{\text{énergie d'un photon}}$. $N = \frac{2{,}04\times10^{-5}\cdot 1}{4{,}09\times10^{-19}} = 4{,}99\times10^{13}$ photons émis en 1 s.	**1.5**
B.4.c	Le nombre d'électrons émis pendant une seconde est : $N_e = r_q\cdot N = 0{,}00875\times4{,}99\times10^{13} = 4{,}37\times10^{11}$ électrons émis en 1 s. $I_0 = q/t = \frac{N_e\cdot q_e}{t} = \frac{4{,}37\times10^{11}\cdot 1{,}60\times10^{-19}}{1} = 6{,}99\times10^{-8}$ A	**2**
B.5.a.i	Sachant que $P = \frac{dW}{dt}$, dW étant l''energie reçue par (C) pendant dt ; et $dW = dN\cdot E = dN\cdot h\nu$. Le nombre dn d'électrons émis, pendant dt, à l'instant t est donné par : $dn = r_q\cdot dN = r_q\frac{P}{E}\cdot dt = r_q\frac{P_0 e^{-50\,t}}{E}\cdot dt$	**1**
B.5.a.ii	La charge dq transportée pendant dt à l'instant t, est : $\lvert dq\rvert = \lvert dn\rvert\cdot e$; $\lvert dq\rvert = r_q\frac{P_0 e^{-50\,t}}{E}\cdot e\cdot dt$	**1**
B.5.b	$i = \lvert dq/dt\rvert = e\lvert dn/dt\rvert$ $i = \frac{r_q\cdot e\cdot P_0}{E}e^{-50\,t} = I_0\cdot e^{-50\,t}$.	**1**
B.5.c	i devient pratiquement nulle lorsque $\Delta t \approx 5\tau$, avec $\tau = 1/50 = 0{,}02$ s $\Rightarrow \Delta t = 0{,}10$ s.	**1.5**
		18