UNIVERSITE LIBANAISE

FACULTE DE GENIE

الجامعة اللبنانية
كلية الهندسة

Concours d'entrée 2010-2011 **Physique** **Durée: 2 heures**

4 Juillet 2010

I-[6pts] Pendule de torsion

Une roue cylindrique, de rayon R = 10 cm, peut tourner autour de son axe horizontal (Δ), I_0 étant son moment d'inertie par rapport à (Δ). Un bloc B, de masse m = 50 g, et de centre d'inertie G, est attaché à un fil fixé sur la roue et enroulé sur sa périphérie. Des positions occupées par G, à des intervalles de temps égaux à τ = 50 ms, sont repérées par l'abscisse x de G suivant un axe vertical $(O, \vec{i})$. Le tableau ci-contre donne, a des dates précises, la valeur de x ainsi que la valeur $v=\frac{dx}{dt}$ de la vitesse $\vec{v}$ de G. Prendre g = 10 m/s^2

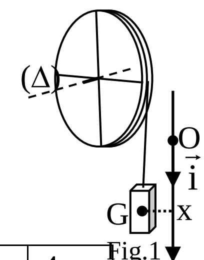


Fig.1

t	0	τ	2τ	3τ	4τ
x (cm)	0	0,50	2,00	4,50	8,00
v (m/s)	0	0,20		0,60	0,80

1. a) Calculer, en le justifiant, la valeur de v à la date 2τ

b) Tracer les variations de v en fonction du temps.

c) En déduire, qu'à l'instant t, la valeur de la quantité de mouvement P de (B) est de la forme P= mat, a étant une constante à déterminer.

d) Montrer que l'expression de la tension $\vec{F}$ du fil est donnée par F = m(g-a). Calculer sa valeur.

2. Sachant que x = Rθ, θ étant l'abscisse angulaire de la roue à la même date t, montrer en appliquant le théorème du moment cinétique, $I_0 = 7{,}5\times10^{-4}$ kg·m^2.

3. On empêche la roue de tourner ; elle est ramenée en équilibre à l'aide d'un ressort (R) vertical de raideur k = 5,0 N/m, l'extrémité supérieure de (R) étant attachée à un fil fixé sur la périphérie de la roue.

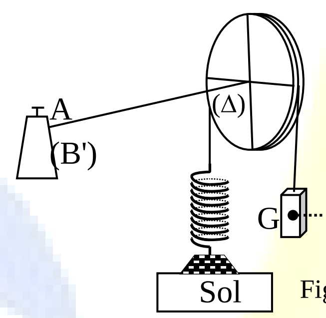


Fig.2

a) Déterminer, à l'équilibre, l'allongement Δℓ du ressort.

b) Au centre de la roue, est fixé un fil de torsion horizontal, de constante de torsion C, dont l'autre extrémité est fixée à une butée (B'). À l'équilibre, le fil de torsion n'est pas tordu. Le dispositif, ainsi obtenu, est mis en oscillation autour de sa position d'équilibre. Sachant que les frottements sont négligeables :

i) montrer que l'équation différentielle en θ peut s'écrire sous la forme: $\ddot{\theta}+\frac{kR^2+C}{I_0+mR^2}\theta=0$

ii) en déduire l'expression de la période propre T_0 des oscillations.

c) La figure 3 donne les variations de θ en fonction du temps t. Déterminer alors la valeur de C.

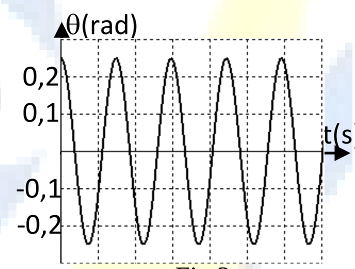


Fig.3

II- [7 pts] Analogie

A- Détermination les caractéristiques L et r d'une bobine

Afin de déterminer les caractéristiques L et r d'une bobine, on réalise le montage de la figure 4, où R = 1 kΩ et E la f.é.m. du générateur. À l'instant $t_0 = 0$, on ferme K (K' reste ouvert).A une date t, le circuit est parcouru par un courant d'intensité i.

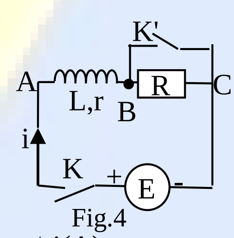


Fig.4

1. a) Établir l'équation différentielle vérifiée par i.

b) la solution de cette équation est donnée par $i = a + b\,e^{-\frac{t}{\tau}}$. Déterminer, en fonction des données, les expressions des constantes a, b et τ.

c) En déduire l'expression de l'intensité I_0 du courant en régime permanent.

2. À l'aide d'un dispositif approprié (D), on obtient le graphique de la figure 5. Déterminer graphiquement, en le justifiant, la valeur d'I_0 ainsi que celle de la constante de temps τ du dipôle RL.

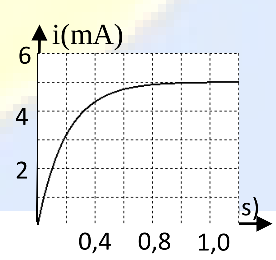


Fig.5

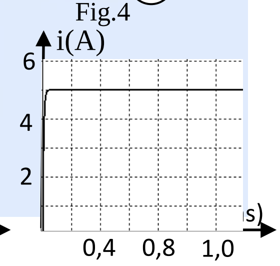


Fig.6

3. On répète l'expérience avec K' fermé, on obtient le graphique de la figure 6. Déterminer, à partir des deux graphiques, la valeur de E, celle de r et celle de L.

B- Phénomène d'induction électromagnétique

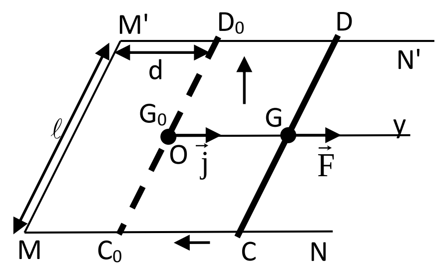


Fig.7

Le dispositif des rails de Laplace, de résistance négligeable, est placé dans un plan horizontal. Une tige CD, de résistance R, perpendiculaire aux rails, est de longueur ℓ = 10 cm et de masse m = 10 g (figure 7).

Ce dispositif plonge dans un champ magnétique vertical uniforme $\vec{B}$ d'intensité B = 0,3 T. À l'instant $t_0 = 0$, la tige étant en $C_0 D_0$, on lui applique en son centre d'inertie G une force constante $\vec{F} = F\vec{j}$. À une date t, l'abscisse de G est y = OG, sa vitesse est $\vec{v} = v\vec{j}$ et sa quantité de mouvement est $\vec{P} = m\vec{v} = P\vec{j}$.

1. Sachant que le sens réel du courant induit i est comme l'indique la figure7, déterminer le sens de $\vec{B}$.
2. Déterminer l'expression de i en fonction de B, ℓ, R et v.
3. Montrer que la tige sera soumise à l'action de la force de Laplace $\vec{F}_e$ d'expression $\vec{F}_e = -\dfrac{B^2\ell^2 v}{R}\vec{j}$.
4. a) Montrer que l'équation différentielle qui décrit l'évolution de P en fonction du temps peut s'écrire sous la forme: $F = \dfrac{B^2\ell^2}{Rm}P + \dfrac{dP}{dt}$.

b) En se référant a la partie A, déterminer la solution de cette équation différentielle.

c) Sachant que la tige atteint sa vitesse limite v_ℓ = 2 m/s après un temps très proche de 20 s, déterminer les valeurs de R et F.

III- [7 pts] Un générateur nucléaire pour un stimulateur cardiaque

Donnée: m($^{238}_{93}Np$) = 237.999791 u ; m($^{238}_{92}U$) = 238.000185 u; m($^{2}_{1}H$) = 2.013552 u; m($^{238}_{94}Pu$) = 237.997855 u ; m($^{1}_{0}n$) = 1.008665 u; 1 u = 931.5 MeV/c^2 = 1.66×10^{-24}g; h = 6.626×10^{-34} SI; c = 3×10^8 m/s; m(e^-) = 9.1×10^{-31} kg; 1 eV = 1.602×10^{-19} J; 1 Ci = 3.7×10^{10} Bq.

Les stimulateurs cardiaques sont utilisés pour stimuler un rythme cardiaque régulier quand le système de stimulation électrique naturelle de l'organisme ne fonctionne pas correctement. Un noyau de plutonium -238 ($^{238}_{94}Pu$) un émetteurα, est synthétisé par les deux premières des trios réactions nucléaires successive suivantes :

1- $^{2}_{1}H + ^{238}_{92}U \longrightarrow ^{238}_{93}Np + 2\,^{a}_{z}p$; 2- $^{238}_{93}Np \longrightarrow ^{238}_{94}Pu + ^{0}_{-1}e + \gamma + ^{0}_{0}\bar{\nu}$; 3- $^{238}_{94}Pu \longrightarrow ^{A}_{Z}X + ^{4}_{2}He + \gamma$.

Un stimulateur cardiaque contient une certaine quantité de $^{238}_{94}Pu$ d'activité initiale 2.5 Ci et dont la demi-vie est 87.8 années. L'énergie libérée par chaque désintégration α permet au stimulateur cardiaque de produire de l'énergie électrique.

1. Déterminer, en précisant les lois utilisées, la particule $^{a}_{z}p$ et le noyau $^{A}_{Z}X$.
2. Déterminer, en MeV, l'énergie cinétique minimale du deuton, noyau d'un atome de deutérium, afin de rendre la première réaction possible. Nous supposons que les autres noyaux et particules sont au repos.
3. La figure 8 montre les désintégrations β^- les plus probables du Np-23 en Pu-238.

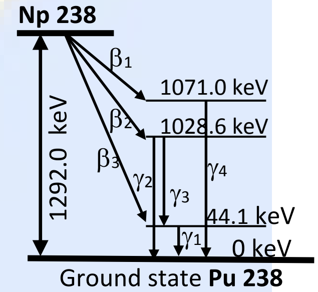


Fig. 8

a) Que représente l'énergie 1292.0 keV ?

b) L'énergie de chacune des radiations γ_1, γ_2, γ_3, … est dite quantifiée.

i) Qu'est-ce qu'on entend par énergie quantifiée?

ii) Que dire de la somme [E($^{0}_{0}\bar{\nu}$) + E_C (β^-)]?Pourquoi?

iii) E_C (β^-) est alors non quantifiée. Pourquoi?

c) Sachant que les radiations γ_1 et γ_2 ont respectivement pour longueurs d'onde dans le vide $\lambda_1 = 2.814\times10^{-11}$ m et $\lambda_2 = 1.2\,06\times10^{-12}$ m, en déduire la longueur d'onde de la radiation γ_3.

d) En se référant au diagramme énergétique, déterminer la vitesse maximale de la particule β_3, de masse m, sachant que son énergie cinétique est donnée par: $E_C = (\gamma-1)mc^2$, avec $\dfrac{1}{\gamma} = \sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}$.

4. a) Dans la troisième réaction, la fréquence du rayonnement γ est 4.34×10^{17} Hz et la perte de masse est $\Delta m_3 = 0.006$ u. Montrer que l'énergie cinétique de la particule α est égale a to 8.95×10^{-13} J et que $E(\gamma)$ est négligeable.
   b) Déterminer la puissance maximale initialement assurée par ce type de générateur nucléaire.

5. a) Calculer la constante radioactive λ d'un échantillon de $^{238}_{94}Pu$.
   b) Calculer la masse m_0 de plutonium 238 initialement présent dans le stimulateur cardiaque.
   c) Le stimulateur cardiaque fonctionne correctement jusqu'à ce que son activité subisse une réduction de 30% de sa valeur initiale. Un stimulateur de ce type est utilisee par un patient depuis 1974. Ce stimulateur fonctionne-t-il toujours normalement en 2010?

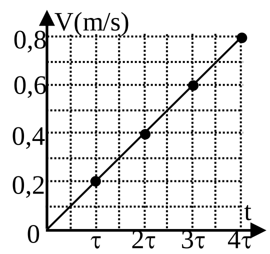
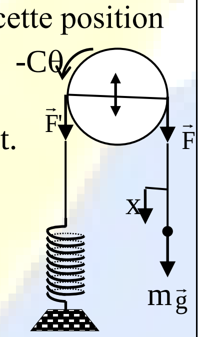
UNIVERSITE LIBANAISE

FACULTE DE GENIE

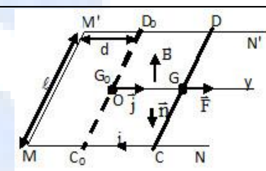
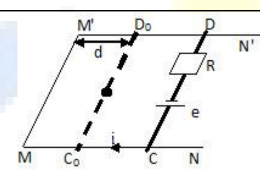
الجامعة اللبنانية
كلية الهندسة

Concours d'entrée 2010-2011 **Solution de Physique** **Durée: 2 heures**
4 Juillet 2010

I- [6 pts] Pendule de torsion

1.a	$V_2 = \frac{x_3 - x_1}{2\tau} = \frac{4,5-0,5}{2\times 0,05}$ = 40 cm/s = 0,4 m/s.	1
1.b	(graphique)  	1
1.c	Vu que v = v(t) est représentée par une droite, alors v = at avec a la pente de la droite (aussi accélération) ; avec a = $\frac{v_4 - v_0}{4\tau} = \frac{0,8-0}{4\times 0,05}$ = 4 m/s^2. Mais P = mv, donc P = mat. Ainsi P = 0,2 t (SI)	2
1.d	D'après la deuxième loi de Newton : $\vec{F} + m\vec{g} = \frac{d\vec{P}}{dt}$, projection vers le bas : $\frac{dP}{dt}$ = mg –F = ma $\Rightarrow$ F = mg – ma = m(g – a) $\Rightarrow$ F= 0,05(10 – 4) $\Rightarrow$ T = 0,3 N.	2
2	La roue est soumise à son poids, à la tension $\vec{F'}$ du fil et à la réaction $\vec{N}$ de l'axe de rotation. $\sum moment = \frac{d\sigma}{dt}$ $\Rightarrow$ 0 + 0 + F'R = $I_0\ddot{\theta}$; Mais a = $\ddot{x}$ = R$\ddot{\theta}$ $\Rightarrow$ $\ddot{\theta}$ = 0,2/(0,1×0,05) = 40 rad/s^2. I_0 = 0,3×0,1/40 $\Rightarrow$ $I_0 = 7,5\times10^{-4}$ kg·m^2.	2
3.a	La roue est soumise en plus des forces précédentes, la tension $\vec{T}'_0$ du ressort avec $T'_0 = T_0 = k\Delta\ell$. À l'équilibre, $\sum moment = 0$; 0 + 0 – T'_0R + FR = 0 $\Rightarrow$ mgR = k$\Delta\ell$R$\Rightarrow$ $\Delta\ell$ = 0,05×10/5 = 0,1 m	2
3.b.i	x, abscisse de G, par rapport à la position d'équilibre. Le plan horizontal passant par cette position d'équilibre est le niveau de référence de E_{PP}.  $M_{roue}gH + ½mv^2 + ½I_0\dot{\theta}^2 - mgx + ½C\theta^2 + ½k(\Delta\ell+x)^2$ = constante $\forall$ t. En dérivant par rapport au temps, on obtient : $mR^2\dot{\theta}\ddot{\theta} + I_0\dot{\theta}\ddot{\theta} + C\theta\dot{\theta} + kR^2\theta\dot{\theta} = 0$ $\forall$ t. $\Rightarrow mR^2\ddot{\theta} + I_0\ddot{\theta} + C\theta + kR^2\theta = 0$ $\forall$ t. $\Rightarrow$ $\ddot{\theta} + \frac{kR^2 + C}{I_0 + mR^2}\theta = 0$ **Ou bien :** Pour une abscisse x de G : x = Rθ et $\ddot{x}$ = R$\ddot{\theta}$ et la tension du fil devient $\vec{F'}$ avec : $\vec{F'} = -\vec{F} = k(\Delta\ell+x)\,\vec{j}$ $\Rightarrow$ L'équation différentielle en θ ; $\sum moment = \frac{d\sigma}{dt}$: 0 + 0 - T'R + FR - Cθ = $I_0\ddot{\theta}$; – k($\Delta\ell$ + x)R + m(g – a)R - Cθ = $I_0\ddot{\theta}$; $\Rightarrow$ $I_0\ddot{\theta}$ = mgR – maR – k$\Delta\ell$R - kxR - Cθ, avec x = Rθ et a = R$\ddot{\theta}$; $\Rightarrow$ $I_0\ddot{\theta} = - mR^2\ddot{\theta} - kR^2\theta - C\theta$.	4
ii	L'équation différentielle est de la forme : $\ddot{\theta} + \omega_0^2\theta = 0$; Donc : $\omega_0^2 = \frac{kR^2 + C}{I_0 + mR^2}$ $\Rightarrow$ $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_0 + mR^2}{kR^2 + C}}$.	2
c	$T_0 \approx 2,95/4 = 0,74$ s $\Rightarrow$ $0,74^2 = 4\pi^2\frac{I_0 + mR^2}{kR^2 + C}$; $kR^2 + C = \frac{4\pi^2}{0,74^2}(I_0 + mR^2)$ C = 72,09(7,5×10^{-4} + 0,05×10^{-2}) - 5×10^{-2} = 0,090-0,05 = 0,04 SI.	2

II- [7 pts] Analogie

A.1.a	On a $E = u_{AC} = u_{AB} + u_{BC} = L\frac{di}{dt} + ri + Ri \Rightarrow E = L\frac{di}{dt} + (r+R)i$	1.5
A.1.b	Pour $t_0 = 0$, $i = 0 \Rightarrow b = -a$; $i = a - a e^{-\frac{t}{\tau}}$; $\frac{di}{dt} = a\frac{1}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow E = La\frac{1}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + (R+r)a - (R+r)ae^{-\frac{t}{\tau}}$ Par identification, on obtient: $E = (R+r)a \Rightarrow a = \frac{E}{R+r}$ et $L\frac{1}{\tau} = R + r \Rightarrow \tau = \frac{L}{R+r}$. La solution est : $i = \frac{E}{R+r}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$.	2.5
A.1.c	L'expression de l'intensité I_0 du courant en régime permanent est $I_0 = \frac{E}{R+r}$.	0.5
A.2	De la figure 2, la valeur de I_0 est 5 mA (temps infini) et la valeur de la constante de temps $\tau = 0{,}2$ ms, car pour $t = \tau$, $i = 0{,}63I_0 = 3{,}15$ mA ce qui donne $\tau = 0{,}2$ ms.	2
A.3	De la figure 2, $I_0 = 5$ mA $= E/(R+r) \Rightarrow E = 5\times10^{-3}(r+R)$; De la figure 3, $I_0 = 5$ A $= E/r \Rightarrow E = 5$ r. $.\Rightarrow r + R = 1000\, r \Rightarrow r = 1000/999 \approx 1\Omega$ Et $E \approx 5$ V et $L = \tau(R+r) \approx 0{,}2$ H.	2
B.1	la surface du circuit augmente, donc d'après la loi de Lenz, la force de Laplace $\vec{F}_e$, doit s'opposer au déplacement de la tige, et d'après la règle des trois doigts de la main droite, il faut que $\vec{B}$ soit dirigé verticalement vers le haut. 	1
B.2	D'après le sens de i, $\vec{n}$ est vertical vers le bas. À l'instant t, le flux du champ magnétique est : $\phi = -BS = -B\ell(y+d)$. La f.é.m. induite : $e = -\frac{d\phi}{dt} = +B\ell\frac{dy}{dt} = B\ell v$. $u_{DC} = 0 = Ri - e \Rightarrow i = \frac{e}{R} = \frac{B\ell v}{R}$. 	3.5
B.3	La force de Laplace $\vec{F}_e$ a pour valeur $F_e = iB\ell\sin(\vec{\ell}, \vec{B}) = \frac{B\ell v}{R}B\ell = \frac{B^2\ell^2 v}{R}$ dans le sens opposé à $\vec{j}$. Ainsi $\vec{F}_e = -\frac{B^2\ell^2 v}{R}\vec{j}$.	1
B.4.a	D'après la deuxième loi de Newton : $\vec{F} + \vec{F}_e + m\vec{g} + \vec{N} = \frac{d\vec{P}}{dt}$;En projetant suivant $\vec{j}$ on obtient : $F - \frac{B^2\ell^2}{R}\frac{mv}{m} = \frac{dP}{dt}$; Ce qui donne : $F = \frac{B^2\ell^2}{Rm}P + \frac{dP}{dt}$.	2
B.4.b	En se référant à la partie A, la solution doit être de la forme : $P = a' + b'e^{-\frac{t}{\tau'}}$. Comme à t = 0, v = 0, alors b' = - a'. Dans A: $E = L\frac{di}{dt} + (r+R)I$ et $a = \frac{E}{R+r}$ et $\tau = \frac{L}{R+r}$. Alors: $a' = F/(\frac{B^2\ell^2}{Rm})$ et $\tau' = 1/(\frac{B^2\ell^2}{Rm})$; ainsi : $a' = \frac{F\,Rm}{B^2\ell^2}$ et $\tau' = \frac{Rm}{B^2\ell^2}$.	2
B.4.c	La vitesse limite est atteinte pour $t \approx 5\tau' = 20$ s $\Rightarrow \tau' = 4$ s. $P_{lim} = 0{,}1\times2 = 0{,}2$ kg·m/s $\Rightarrow R = \frac{B^2\ell^2\tau'}{m} = 0{,}09\times0{,}01\times4/(0{,}01) = 0{,}36\ \Omega$. $a' = P_{lim} = 0{,}01\times2 = 0{,}02$ kg·m/s $= F\cdot\tau' \Rightarrow F = a'/\tau' = 0{,}02/4 = 0{,}005$ N	3

UNIVERSITE LIBANAISE

FACULTE DE GENIE

الجامعة اللبنانية
كلية الهندسة

III- [7 pts] Un générateur nucléaire pour un stimulateur cardiaque

1	Conservation du nombre de charge: 1 + 92 = 93 + 2 z $\Rightarrow$ z = 0 Conservation du nombre de masse : 2 + 238 = 238 + 2 a $\Rightarrow$ a = 1 $\Rightarrow {}^{a}_{z}p$ est un neutron ${}^{1}_{0}n$ Conservation du nombre de charge: 94 = Z + 2 $\Rightarrow$ z = 92, Conservation du nombre de masse : 238 = A + 4 $\Rightarrow$ A = 234 $\Rightarrow {}^{A}_{Z}X$ est un noyau ${}^{234}_{92}U$.	2
2	$E_C({}^{2}_{1}H) + [m({}^{2}_{1}H) + m({}^{238}_{92}U) - m({}^{238}_{Z}Np) - 2m({}^{1}_{0}n)]c^2 \geq 0 \Rightarrow$ $E_C({}^{2}_{1}H) \geq [m({}^{238}_{93}Np) + 2m({}^{1}_{0}n) - m({}^{2}_{1}H) - m({}^{238}_{92}U)]c^2$ $E_C({}^{2}_{1}H) \geq [237{,}999791 + 2\cdot1{,}008665 - 2{,}013552 - 238{,}000185]931{,}5 =$ $E_C({}^{2}_{1}H) \geq 0{,}003384\times931{,}5 = 3{,}152$ MeV	2.5
3.a	Elle représente l'énergie libérée par la désintégration β^- du neptunium	0.5
3.bi	Une énergie est dite quantifiée, lorsqu'elle ne prend que des valeurs bien déterminées (discrètes, discontinues,..)	1
3.bii	L'énergie libérée s'écrit : $E = \Delta m_2c^2 = E_C(\beta^-) + E({}^{0}_{0}\bar{\nu}) + E(\gamma)$ = constante. Puisque $E(\gamma)$ est quantifiée alors la somme $[E({}^{0}_{0}\bar{\nu}) + E_C(\beta^-)]$ est quantifiée.	1.5
3.biii	$E({}^{0}_{0}\bar{\nu})$ peut prendre n'importe quelle valeur … $E_C(\beta^-)$ est alors non quantifiée.	1
3.c	$E(\gamma_3) = E(\gamma_2) - E(\gamma_1) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_3} = \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \Rightarrow \lambda_3 = 1{,}26\times10^{-12}$ m.	2
3.d	$E_C(max) = E - E(\gamma_3) = 1292{,}0 - 44{,}1 = 1247{,}9$ keV $1247{,}9\cdot1{,}602\times10^{-16} = 1{,}999\times10^{-13}$ J $(\gamma-1)9{,}1\times10^{-31}\cdot9\times10^{16} = 1{,}999\times10^{-13}$ J $\Rightarrow \gamma-1 = 2{,}441$ $\gamma = 3{,}441 \Rightarrow 0{,}0844 = 1-\frac{v^2}{c^2} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 0{,}156 \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 0{,}9155 \Rightarrow \frac{v}{c} = 0{,}957;$ $v = 0{,}957c = 2{,}871\times10^8$ m/s.	2
4.a	L'énergie du photon γ : $E(\gamma) = h\nu = 6{,}626\times10^{-34}\cdot 4{,}34\times10^{17} = 2{,}876\times10^{-16}$ J . Énergie libérée par la réaction de désintégration: $E_3 = \Delta m_3\cdot c^2 = 0{,}006\cdot931{,}5\cdot1{,}602\times10^{-13}$ $E_3 = 8{,}95\times10^{-13}$ J $E_C(\alpha) = E_3 - E(\gamma) = E_3$ car $E(\gamma) << E_3 \Rightarrow E_C(\alpha) = 8{,}95\times10^{-13}$ J.	2.5
4.b	la puissance maximale $P_m = A_0\times E_3$. $A_0 = 2{,}5\cdot3{,}7\times10^{10} = 9{,}25\times10^{10}$ Bq; $P_m = 9{,}25\times10^{10}\cdot8{,}95\times10^{-13} = 0{,}0828$ W .	1.5
5.a	La constante radioactive $\lambda = \ln(2)/(87{,}8\cdot365\cdot24\cdot3600) = 2{,}50\times10^{-10}$ s^{-1}.	1
5.b	$A_0 = \lambda\cdot N_0 \Rightarrow$ le nombre initial des noyaux : $N_0 = A_0/\lambda = \cdot9{,}25\times10^{10}/2{,}5\times10^{-10} = 3{,}7\times10^{20}$ noyaux; La masse initiale : $m_0 = 3{,}7\times10^{20}\cdot238\cdot1{,}66\times10^{-24} = 0{,}146$ g.	2
5.c	$A = A_0 e^{-\lambda t}$; $0{,}7 = e^{-\lambda t} \Rightarrow \ln(0{,}7) = -\lambda t \Rightarrow t = 45{,}18$ ans. 2010-1974 = 36 ans (oui s'il n'y a pas de problème de circuit)	1.5