

2021-2022	Tronc Commun	Année 1 - Sem. 1
MATH102	Analyse I	
ECTS: 5	Enseignants: Dr Ibrahim Khoury, Dr Rajaa Akoury, Dr Maria Achkar, Dr Maha Monla	Langue: Français
Nombre d'Heures: 66 h	Période: Octobre- Février	

Description:

Corps des nombres réels \mathbb{R} - Espace euclidien à n-dimensions - Espaces métriques - Notion sur la topologie métrique : cas de \mathbb{R} - Suites numériques - Limite d'une fonction – Continuité - Dérivée d'une fonction - Formule de Taylor - Extremums - problèmes d'optimisation - Applications géométriques et mécaniques de la dérivée - Représentations graphiques des supports des fonctions - Intégrales indéfinies et primitives - Intégrale de Riemann - Applications géométriques et mécaniques de l'intégrale – Notions sur les intégrales impropres.

Apprentissage: Les étudiants seront capables de:

- Manipuler facilement avec les concepts suivants : la dépendance fonctionnelle (d'une seule variable réelle discrète ou continue), les limites, la continuité, la dérivabilité, l'intégrabilité, la dérivée et l'intégrale.
- Calculer les dérivées des différents types des fonctions élémentaires d'une variable réelle.
- Appliquer les règles de dérivations et de dérivations successives.
- Développer une fonction par la formule taylorienne.
- Calculer les dérivées des fonctions composées, réciproques et de celles données sous forme paramétrique.
- Etudier les comportements des fonctions d'une seule variable réelle et tracer les supports graphiques associés.
- Appliquer la technique des dérivées pour résoudre les problèmes d'extrema géométriques, mécaniques et industriels.
- Calculer les primitives et les intégrales des fonctions rationnelles et des transcendentes usuelles (fonctions circulaires, hyperboliques, logarithmiques, exponentielles...)
- Utiliser les intégrales définies pour calculer les caractéristiques physiques (centre de masse, moment d'inertie..), et pour déterminer les aires planes, la longueur d'arcs, l'aire et le volume des surfaces de révolution.

Contenu:

- Éléments de la logique. Opérations logiques fondamentales sur les assertions. Éléments de la théorie des ensembles : opérations élémentaires, produit cartésien, correspondances, relations n-aires et binaires, relations d'équivalence et d'ordre, applications. Puissance des ensembles infinis et comparaison des cardinaux. Systèmes numériques \mathbb{N} , \mathbb{Z} et \mathbb{Q} . Corps \mathbb{R} . Notions sur les théories de Hilbert, Cauchy, Dedekind et Cantor. Bornes supérieures et inférieures d'une partie de \mathbb{R} . Axiome de Hilbert de la borne supérieure. Axiome d'Archimède.
- Topologie de la droite numérique. Intervalles ouverts, fermés et sous-ensembles compacts de \mathbb{R} . Nombres rationnels, irrationnels, transcendants et algébriques. Notion sur l'espace métrique, inégalités triangulaires et inégalité de quadrilatère. Suites dans l'espace métrique, espaces métrique complets et suites fondamentales.
- Suites numériques. Complétude de la droite numérique \mathbb{R} considérée comme espace métrique. Théorèmes sur les suites convergentes. Sous suites d'une suite et théorème de Bolzano-Weierstrass. Suites monotones et bornées. Le nombre e d'Euler.
- Fonctions réelles d'une variable réelle. Limite d'une fonction: définition de Cauchy et relation avec la limite des suites. Unicité de la limite, opérations sur les limites, limite à gauche et limite à droite, limites infinies. Limites remarquables. Symboles de Landau, comparaison de deux fonctions infiniment petites. Fonctions continues en un point. Propriétés locales d'une fonction continue. Fonction continue sur un intervalle. Continuité uniforme. Propriétés d'une fonction continue sur un intervalle fermé et borné. Théorème de la valeur intermédiaire et ses applications. Propriétés de la fonction continue strictement monotone. Fonctions réciproques.
- Dérivée d'une fonction en un point, dérivée à gauche et dérivée à droite. Sens géométrique et mécanique de la dérivée. Différentielles, relation entre dérivabilité et différentiabilité. Fonction dérivée, opérations sur les fonctions dérivables. Équations de la droite tangente et de la droite normale à une courbe plane. Fonctions élémentaires. Définitions des fonctions hyperboliques.
- Dérivées des fonctions élémentaires. Dérivées de la fonction composée et de la fonction réciproque. Théorèmes des accroissements finis. Dérivées et différentielles d'ordre supérieur. Règles de l'Hospital. Extremums, convexité et inflexion en un point. Représentation graphiques des fonctions $y = f(x)$.

- Formule de Taylor et développements limités. Étude locale des comportements d'une fonction. Applications: approximations fonctionnelles et numériques. Calcul des limites et étude locale et asymptotique des courbes planes ...
- Primitive d'une fonction. Règles de calcul des primitives: changement des variables, intégration par parties.
- Primitives des fonctions rationnelles : théorie générale et application.
- Primitives des transcendentes usuelles (fonctions circulaires et circulaires réciproques, fonctions hyperboliques et hyperboliques réciproques, fonctions logarithmiques et exponentielles). Substitutions d'Euler. Méthodes de rationalisation des quelques fonctions irrationnelles par changement de variable.
- Intégrale définie de Riemann, interprétation géométrique. Propriétés. Formule de Newton-Leibniz.
- Méthodes d'intégration : intégration par changement de variables et par parties.
- Formules de la moyenne. Applications géométriques de l'intégrale définie: Calcul des aires, des volumes, des longueurs d'arcs des courbes.
- Applications mécaniques et physique de l'intégrale définie. Calcul des différentes caractéristiques géométriques, physiques et mécaniques: coordonnées du centre de masse, moments d'inertie...

Références:

- M. Al-Houjairi, M. Ziadé, Les bases de l'analyse, M. C. G., Tripoli-Liban, 1998.
- M. Al-Houjairi, Analyse mathématique I, M. C. G., Tripoli-Liban, 1993.
- Thomas' Calculus - Finney, Weir, Giordano - Pearson Education - 11th edition, 2005
- Stewart, "Calculus", Thomson, 7th edition, 2010.
- N. Piskounov, Calcul différentiel et intégral : Tome 1 et Tome 2 - 11^{eme} édition

Méthode d'Evaluation:

- Examen Partiel
- Examen Final
- Devoirs Maison

2021-2022	Common Trunc	Year 1 - Sem. 1
MATH102	Analysis I	
ECTS: 5	Instructors: Dr Ibrahim Khoury, Dr Rajaa Akoury, Dr Maria Achkar Eng. Nabih Fawaz	Language: English
Number of Hours: 66 h	Period: October-February	

Description:

Real numbers \mathbb{R} - n -dimensional Euclidean space - Metric spaces – Metric topology: \mathbb{R} case - Numerical sequences - Limit of a function – Continuity - Derivative of a function - Taylor formula - Extrema - optimization problems - Geometrical and mechanical applications of the derivative - Graphical representations of functions - Indefinite integrals and primitives - Riemann integral - Geometric and mechanical applications of the Integrals – Introduction to improper integrals.

Course Outcomes (At the end of the course students are capable of)

- Manipulate easily with the following concepts: the functional dependency (discrete or continuous one real variable), limits, continuity, differentiability, integrability, the derivative and integral.
- Calculate the derivatives of different types of elementary functions of a real variable.
- Apply the rules of differentiations and successive differentiations.
- Develop a function by Taylor formula.
- Calculate the derivatives of the composite and reciprocal functions and the parametric function.
- Study the functions of one real variable and plot the associated graph.
- Apply the technique of derivative to solve problems having geometric, mechanical and industrial extremum.
- Calculate the primitives and integrals of the rational and transcendental functions (circular, hyperbolic, logarithmic, exponential functions ...).
- Use the definite integrals to calculate the physical characteristics (mass center, moments of inertia) and to determine the area, arc length, area and volume of surfaces of revolution.

Content:

- Logic elements. Fundamental logic operations on the assertions. Elementary set theory: Elementary operations, Cartesian product, correspondences, binary and n -ary relations, equivalence relation, applications. The Power Set of Infinity and Cardinal's comparison. Number systems \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} and \mathbb{R} . Theory of Hilbert, Cauchy, Dedekind and Cantor. Upper and lower bounds in \mathbb{R} . Hilbert's Axiom on the upper bound. Archimedes Axiom.
- Topology and the real number line. Open, closed intervals and compact sub-sets of \mathbb{R} . Rational, irrational, transcendent and algebraic numbers. the metric space, triangular and quadrilateral inequalities. Sequence in the metric space, complete metric space and fundamental sequences.
- Numerical Sequences. Completeness of the real number \mathbb{R} considered as metric space. Theorems on convergent sequences. Subsequence of a sequence and Bolzano-Weierstrass theorem. Monotonic and bounded sequences. The Euler number e .
- Real Functions of a one real variable. Limit of a function: Cauchy definition and relation with the limit of sequences. The uniqueness of the limit, operations on the limits, Left hand and right hand limit, infinite limits. Remarkable limits. Landau symbol, comparison of two infinitely small functions. Continuous Functions at a point. Local properties of a continuous function. Continuous function over an interval. Uniform continuity. Properties of a continuous function over a closed interval. Intermediate value theorem and applications. Properties of the strictly monotonic continuous function. Reciprocal Functions.
- Derivative of a function at a point, Left hand and right hand derivative. Geometrical and mechanical meaning of a derivative. Differentiation, relation between derivability and differentiability. Derivative Function, operations on the derivable functions. Equations of the tangent line and normal line to a plane curve. Elementary Functions. Definitions of hyperbolic functions.
- Derivatives of elementary functions. Derivatives of composite and inverse function. The mean value theorem. Higher-order derivatives and differentials. L'Hospital rule. Extremum, convexity and inflexion on a point. Graphical representations of functions $y = f(x)$.
- Taylor formula, Taylor series. Local study of the behavior of a function. Applications: Functional and numerical approximations. Calculation of limits, local and asymptotic study of planar curves ...

- Primitive of a function. Rules of primitives calculations: change of variables, integration by parts.
- Primitives of rational functions: general theory and application.
- Primitives of transcendental usual functions (circular and inverse circular functions, hyperbolic and inverse hyperbolic functions, logarithmic and exponential functions). Euler Substitutions. Methods of rationalization of some irrational functions by change of variable.
- Riemann define integral, geometric interpretation. Properties. Newton-Leibniz Formula.
- Methods of Integration: integration by change of variable and by parts.
- Mean formulas. Geometric applications of the define integral: Calculation of areas, volumes, lengths of arcs of curves.
- Mechanical and physical applications of the define integral. Calculation of mechanical and physical characteristics: coordinates of center of mass, moments of inertia...

References:

- M. Al-Houjairi, M. Ziadé, Les bases de l'analyse, M. C. G., Tripoli-Liban, 1998.
- M. Al-Houjairi, Analyse mathématique I, M. C. G., Tripoli-Liban, 1993.
- Thomas' Calculus - Finney, Weir, Giordano - Pearson Education - 11th edition, 2005
- Stewart, "Calculus", Thomson, 7th edition, 2010.
- N. Piskounov, Calcul différentiel et intégral : Tome 1 et Tome 2 - 11^{eme} édition

Evaluation Method:

- Partial Exam
- Final Exam
- Homework