

2021-2022	Tronc Commun	<i>Année 2 - Sem. 4</i>
MATH210	Méthodes Numériques	Obligatoire
<i>ECTS : 3</i>	<i>Enseignants : Dr. Ziad Naja, Dr. Nada Chendeb, Dr Maha Monla</i>	<i>Langue : Français</i>
<i>Heures totales Cours : 39 h</i>	<i>Période : Mars-Juin</i>	

Description:

Durant ce cours, l'étudiant apprendra à résoudre des problèmes mathématiques en utilisant les méthodes numériques tout en restant conscient des erreurs d'approximation possibles. Le cours couvre plusieurs méthodes numériques utilisées pour résoudre les problèmes suivants: Racines des équations non-linéaires et des systèmes d'équations non-linéaires, systèmes d'équations linéaires (méthodes directes et itératives), interpolation polynomiale et approximation des courbes (régression), différentiation et intégration numérique, équations différentielles ordinaires et équations différentielles partielles. Ces méthodes et algorithmes vont être développées, analysés et testés sur plusieurs exemples durant les séances de TP Matlab.

Acquis de la formation :

Avec le développement continu des technologies de l'information et de programmation, il est nécessaire de développer des algorithmes efficaces pour résoudre les problèmes mathématiques de l'ingénieur. Ces problèmes étaient difficiles (parfois impossible) à résoudre analytiquement, cependant une solution numérique est toujours possible et rapide une fois l'algorithme implémenté. L'objectif primaire de ce cours est de développer chez l'étudiant une compréhension de base des algorithmes numériques et des compétences nécessaires à l'implémentation de ces algorithmes pour pouvoir résoudre les problèmes mathématiques sur l'ordinateur.

A la fin de ce cours, l'étudiant doit être familier avec les concepts de base des méthodes numériques et leur utilisation et programmation comme récapitulés dans ce qui suit :

- 1- Les racines des équations et des systèmes d'équations non-linéaires, les solutions des grands systèmes d'équations linéaires peuvent être obtenues numériquement quand les méthodes analytiques échouent à donner ces solutions.
- 2- Quand une quantité énorme de données expérimentales est concernée, les méthodes numériques d'interpolation et d'ajustement d'une courbe appropriée sont d'une utilité importante dans la construction d'une fonction approximée qui permet de trouver des valeurs intermédiaires.
- 3- La différentiation et l'intégration numérique trouvent leur application quand la fonction dans sa forme analytique est très complexe à résoudre ou bien des quantités énormes de données sont fournies sous formes de séries de mesures, d'observations ou d'autres formes d'informations empiriques.
- 4- Du fait que plusieurs lois physiques sont comprises par le taux de variation d'un/de deux ou de plusieurs variables indépendantes, la plupart des problèmes sont caractérisés soit sous forme d'équations différentielles ordinaires, soit sous forme d'équations différentielles partielles. Les méthodes introduites pour résoudre ces équations seront très utiles pour faire face à tout problème d'ingénierie.

L'analyse et la mesure des erreurs numériques font aussi partie de ce cours. L'étudiant sera capable de programmer toutes les méthodes numériques apprises en utilisant Matlab. C'est le but des séances de TP associées à ce cours.

Prérequis :

Analyse, Algèbre linéaire, techniques de base de programmation.

Contenu :

- 1- SOLUTIONS DES EQUATIONS LINEAIRES ET NON LINEAIRES
 - a- Solution des équations non linéaires : Méthode de Bissection, Méthode Régula falsi, méthode de la sécante,

méthode de point fixe, méthode de Newton-Raphson et son application au système d'équations non linéaires, racines des polynômes (méthode d'Horner et méthode de Bairstow).

- b- Solution des systèmes d'équations linéaires: Solutions directes par la méthode d'élimination de Gauss et la méthode de Jordan. Pivotation partielle et totale, inverse d'une matrice par la méthode de Jordan. Méthode de décomposition LU (méthodes de Crout et de Doolittle), décomposition de Cholesky pour une matrice symétrique définie positive et méthode de Thomas pour une matrice tri-diagonale. Solutions itératives par la méthode de Gauss-Seidel et la méthode de Jacobi. Convergence des méthodes itératives. Systèmes surdéterminées, et systèmes homogènes.

2- INTERPOLATION ET FONCTION D'APPROXIMATION

- a- Interpolation polynomiale : Interpolation polynomiale de Lagrange – Interpolation polynomiale des différences divisées de Newton – formules directes et inverses.
- b- Approximation et courbes appropriée: Méthode des moindres carrés linéaire et non linéaire, méthodes des moindres carrés polynomiales, interpolation par les fonctions Splines cubiques naturelles.

3- DIFFERENTIATION ET INTEGRATION NUMERIQUE

- a- Différentiation numérique par la méthode de Taylor (formule de Richardson)
- b- Intégration numérique: Méthode des trapèzes, méthode de Simpson 1/3 et 3/8, algorithme et méthode de Romberg, méthode à pas variables (formule de quadrature de Gauss)

4- EQUATIONS DIFFERENTIELLES ORDINAIRES

- a- Méthodes à pas unique: Méthode de Taylor, méthode d'Euler pour équation de premier ordre, méthode de Runge – Kutta d'ordre 2 et d'ordre 4 pour résoudre les équations du premier et de second ordre.
- b- Problèmes à conditions aux frontières en équations différentielles ordinaires: Méthode des différences finies.

5- EQUATIONS DIFFERENTIELLES PARTIELLES

- a- Méthode des différences finies pour les équations différentielles partielles elliptiques (équation de poisson.)
- b- Méthode explicite et méthode implicite pour les équations paraboliques (équation de la conduction de chaleur en régime variable...)

Références :

1. John H. Mathews & Kurtis D. Fink, Numerical Methods Using Matlab, Fourth Edition (& Higher). Upper Saddle River: Pearson Prentice Hall, 2004.
2. Abdelwahab Kharab, Ronald B. Guenther, "An Introduction to Numerical Methods: A MATLAB Approach", Chapman & Hall/CRC, 2001

Méthode d'évaluation :

L'évaluation sera effectuée à travers :

- Un examen partiel
- Un examen final

2021-2022	Tronc Commun	<i>2nd Year - Sem. 4</i>
MATH210	Numerical Methods	Mandatory
<i>ECTS: 3</i>	<i>Instructors: Dr. Nada Chendeb, Dr.Ziad Naja, Dr Hussein Bazzi</i>	<i>Language: English</i>
<i>Total Nb. Of hours: 39 h</i>	Period: March-June	

Description:

Throughout this course, the student will learn how to solve mathematical problems using Numerical methods while being aware of the possible approximation errors. The course covers different numerical methods used to solve the following problems: Roots on non-linear equation and system of non-linear equations, systems of linear equations (direct and iterative methods), polynomial interpolation and curve fitting (regression), Numerical differentiation and integration, ordinary differential equations and partial differential equations. These methods will be developed, analyzed and tested on different examples during Matlab lab sessions.

Learning outcomes:

With the present development of the computer technology, it is necessary to develop efficient algorithms to solve mathematical problems in the engineering field. These problems were difficult (sometimes impossible) to solve analytically, but a numerical solution is always possible and quickly obtained once the algorithm is implemented. The primary objective of the course is to develop the basic understanding of numerical algorithms and skills to implement algorithms to solve mathematical problems on the computer.

At the end of the course, the students would be acquainted with the basic concepts in numerical methods and their uses as summarized here:

- 1- The roots of nonlinear equations and system of equations, solutions to large systems of linear equations and Eigen value problem of a matrix can be obtained numerically where analytical methods fail to give solution.
- 2- When huge amounts of experimental data are involved, the methods discussed on interpolation and curve fitting will be useful in constructing approximate function to represent the data and to find the intermediate or the expected values (prediction).
- 3- The numerical differentiation and integration find its application when the function in the analytical form is too complicated or the huge amounts of data are given such as series of measurements, observations or some other empirical information.
- 4- Since many physical laws are couched in terms of rate of change of one/two or more independent variables, most of the engineering problems are characterized in the form of either nonlinear ordinary differential equations or partial differential equations. The methods introduced in the solution of ordinary differential equations and partial differential equations will be useful in attempting any engineering problem.

Numerical errors analysis and measurements are also included in this course. The student will also be able to program all of the learned numerical methods using Matlab software. This is the goal of the lab sessions associated with this course.

Pre-requisites:

Calculus, Linear algebra, Basic programming techniques.

Content:

1- SOLUTION OF NON-LINEAR AND LINEAR EQUATIONS

- a- Solution of non linear equations: Bisection method, false position method, secant method, fixed point iteration method – Newton-Raphson's method and its application to a system of non-linear equations, roots of polynomials (Horner's method and Bairstow's method).

- b- Solution of linear system of equations: direct solution by Gaussian elimination method and Jordan method, partial and total pivoting, inverse of a matrix by Gauss-Jordan method, LU decomposition method (Crout's and Doolittle's methods), and Cholesky decomposition for symmetric positive defined matrix. Thomas method for tri-diagonal matrix. Iterative solutions by Gauss-Seidel method and Jacobi method, convergence of iterative methods. Over-determined system and homogeneous system

2- INTERPOLATION AND APPROXIMATION

- a- Polynomial interpolation: Lagrange Polynomials – Newton's divided differences polynomials – Newton's forward and backward divided differences formulas.
- b- Approximation and curve fitting: Linear and non-linear least square method, least square polynomial, Interpolating with natural cubic Spline functions.

3- NUMERICAL DIFFERENTIATION AND INTEGRATION

- a- Differentiation using Taylor formulas (Richardson's formula)
- b- Numerical integration: Composite Trapezoidal rule, Composite Simpson's 1/3 and 3/8 rules, Romberg's algorithm and method, Gaussian quadrature formula.

4- ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS

- a- Single step methods: Taylor series method, Euler method for first order equation, second order and fourth order Runge – Kutta method for solving first and second order equations.
- b- Boundary values problem in ordinary differential equation: Finite difference method

5- PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS

- a- Finite difference method for elliptic partial differential equations (Poisson equation...)
- b- Explicit and implicit methods for parabolic partial differential equations (Heat transfer equation in variable regimes...)

References:

1. John H. Mathews & Kurtis D. Fink, Numerical Methods Using Matlab, Fourth Edition (& Higher). Upper Saddle River: Pearson Prentice Hall, 2004.
2. Abdelwahab Kharab, Ronald B. Guenther, "An Introduction to Numerical Methods: A MATLAB Approach", Chapman & Hall/CRC, 2001

Evaluation Method:

Evaluation will be based on the results of:

- A midterm exam
- A final exam