

2021-2022	Tronc Commun	Année 1 - Sem. 2
MATH 104	ALGÈBRE II	Obligatoire
ECTS : 5	Enseignant : Dr Hala Khodr, Dr. Wafaa Ani	Langue : Français
Heures totales : 66 h	Période: Mars-Juin	

### Description:

Ce cours complète celui d'Algèbre I et poursuit le même objectif général que ce dernier. Il s'agit d'un cours d'algèbre linéaire qui sert à résoudre des problèmes rencontrés par tout ingénieur dans son parcours académique. Après avoir introduit les espaces vectoriels et les applications linéaires en algèbre I, on poursuit avec le calcul matriciel, la résolution des systèmes linéaires, le calcul des déterminants et la réduction des endomorphismes après calcul de ses éléments propres. Nous abordons aussi les formes quadratiques et les espaces préhilbertiens réels et complexes.

### Acquis d'apprentissage:

- Maîtriser le calcul matriciel et la détermination de la matrice d'une application linéaire lors d'un changement de base.
- Calculer le rang et l'inverse d'une matrice .Résoudre les systèmes d'équations linéaires par la méthode de Gauss.
- Enoncer et utiliser les principales propriétés des déterminants
- Calculer la valeur d'un déterminant ainsi que sa dérivée.
- Calculer la matrice des cofacteurs
- Résoudre un système de Cramer par la méthode des déterminants.
- Trouver les valeurs et vecteurs propres d'une matrice carrée.
- Diagonaliser ou trigonaliser une matrice carrée.
- Réduire les formes quadratiques.
- Transformer une base quelconque en une base orthonormale pour un produit scalaire donné.
- Manipuler les matrices symétriques, orthogonales, hermitiennes, unitaires.

### Contenu du cours:

- Matrices : Calcul matriciel, rang d'une matrice, matrices inversibles, groupe linéaire, trace d'une matrice carrée. Matrice d'une application linéaire, matrice de passage, matrices équivalentes, matrices semblables, matrice d'une projection, matrice d'une symétrie, matrice d'une rotation. Système d'équations linéaires : matrice ligne-réduite échelonné, résolution par la méthode du pivot de Gauss, système de Cramer, système homogène.
- Les déterminants: formes multilinéaires alternées, déterminant d'un système de vecteurs dans une base donnée, principales propriétés des déterminants, calcul d'un déterminant par la méthode de Gauss. Matrice des cofacteurs, calcul d'un déterminant par la méthode de cofacteurs, dérivée d'un déterminant, résolution d'un système linéaire de Cramer par la méthode des déterminants.
- Réduction des endomorphismes: Polynômes caractéristiques, valeurs propres et sous-espaces propres, endomorphismes diagonalisables, matrices diagonalisables, application au calcul des puissance  $n^{\text{ième}}$  d'une matrice, à la résolution des systèmes d'équations différentielles, à l' étude des suites récurrentes. Trigonalisation. Théorème de Cayley-Hamilton, polynôme minimal, notion de sous-espace caractéristique, suite des noyaux, réduction de Jordan.
- Formes bilinéaires symétriques et formes quadratiques: Définitions, matrice d'une forme quadratique, changement de base, rang et noyau d'une forme quadratique, éléments isotropes, orthogonalité. Réduction des formes quadratiques, formes quadratiques définies positives, loi d'inertie de Sylvester, signature d'une forme quadratique
- Espaces préhilbertiens réels: Produit scalaire euclidien, norme euclidienne, Inégalités de Cauchy-Schwarz et de Minkowski, orthogonalité, procédé d'orthogonalisation de Gram-Schmidt. Projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie, caractérisation des projecteurs orthogonaux dans un espace euclidie. Endomorphisme symétrique , réduction des matrices symétriques réelles. Automorphisme orthogonal, matrice orthogonale.
- Produit scalaire hermitien, orthogonalité, matrice adjointe, matrice normale, matrice hermitienne, matrice unitaire.

### Références:

1. Contemporary abstract algebra, Eighth Edition, Joseph A. Gallian
2. Elementary Linear algebra, sixth edition, RON LARSON, DAVID C, FALVO.
3. Les Nouveaux Précis Bréal, Algèbre et Géométrie MP, D. Guinin, B. Joppin,
4. Mathématiques en MPSI, Jean-Michel Ferrard, Christophe Bertault .

**Méthode d'évaluation:**

L'évaluation dans les domaines suivants sera convertie en points, pour calculer la note finale dans ce cours :

- Examen partiel
- Examen final
- Devoirs

2021-2022	Common Core	Year 1 - Sem. 2
MATH 104	ALGEBRA II	Mandatory
ECTS: 5	Instructors: Dr Hala Khodr, Dr.Youssef Harkous	Language: English
Total hours: 66 h	Period: March-June	

#### Description:

This course complements that of Algebra I and pursues the same general objective as the latter. This is a linear algebra course that is used to solve problems encountered by any engineer in his academic career. After having introduced vector spaces and linear applications in algebra I, we continue with matrix calculus, the resolution of linear systems, the computation of determinants and the reduction of endomorphisms after computation of its own elements. We also discuss quadratic forms and real and complex spaces.

#### Learning outcomes:

- Master the matrix calculation and the determination of the matrix of a linear application during a change of basis.
- Calculate the rank and the inverse of a matrix. Solve the system of linear equations by the Gauss method.
- State and use the main properties of determinants
- Calculate the value of a determinant as well as its derivative.
- Calculate the matrix of cofactors
- Solve a Cramer system by the method of determinants.
- Find the values and eigenvectors of a square matrix.
- Diagonalize or trigonalize a square matrix.
- Reduce the quadratic forms.
- Transform any basis into an orthonormal basis for a given scalar product.
- Handle symmetric, orthogonal, Hermitian, unitary matrices..

#### Content :

- Matrices: Matrix calculation, rank of a matrix, invertible matrices, linear group, trace of a square matrix. Matrix of a linear map, transition matrix, equivalent matrices, similar matrices, matrix of a projection, matrix of a symmetry, matrix of a rotation. System of linear equations: row echelon form of a matrix, resolution by the Gaussian pivot method, Cramer system, homogeneous system.
- Determinants: alternating multilinear forms, determinant of a system of vectors in a given basis, properties of determinants, calculation of a determinant by the Gauss method. Calculation of a determinant by the cofactor method, derivative of a determinant, resolution of a linear Cramer system by the determinants method.
- Reduction of endomorphisms: Characteristic polynomials, eigenvalues and eigenspaces, diagonalizable endomorphisms, diagonalizable matrices. Application to the calculation of the  $n$ th power of a matrix, to the resolution of systems of differential equations, to the study of recurrent sequences. Trigonalisation. Cayley-Hamilton theorem, minimal polynomial, notion of characteristic subspace, sequence of kernels, Jordan reduction.
- Symmetric bilinear forms and quadratic forms: Definitions, matrix of a quadratic form, change of basis, rank and kernel of a quadratic form, isotropic elements, orthogonality. Reduction of quadratic forms, positive definite quadratic forms, Sylvester's law of inertia, signature of a quadratic form
- Real spaces: Euclidean scalar product, Euclidean norm, Cauchy-Schwarz and Minkowski inequalities, orthogonality, Gram-Schmidt orthogonalization process. Orthogonal projection on a finite dimensional subspace, characterization of orthogonal projectors in an Euclidean space. Symmetric endomorphism, reduction of real symmetric matrices. Orthogonal automorphism, orthogonal matrix.
- Hermitian dot product, orthogonality, adjoint matrix, normal matrix, Hermitian matrix, unit matrix.

#### References:

1. Contemporary abstract algebra, Eighth Edition, Joseph A. Gallian
2. Elementary Linear algebra, sixth edition, RON LARSON, DAVID C, FALVO.
3. Les Nouveaux Précis Bréal, Algèbre et Géométrie MP, D. Guinin, B. Joppin,
4. Mathématiques en MPSI, Jean-Michel Ferrard, Christophe Bertault .

**Evaluation Method:**

Assessment in the following areas will be converted to points, to compute the final grade in this course:

- Mid-Term
- Final Exam
- Home Works